

Modellgestützte Planung der Strategischen Asset Allocation: Von der Theorie zur Praxis

von Hubert Dichtl / Jochen M. Kleeberg / Christian Schlenger

1. Einleitung
2. Praxisanforderungen an ein Modell der Strategischen Asset Allocation
3. Rahmenmodell der Strategischen Asset Allocation nach SHARPE / TINT
4. Schätzung der erforderlichen Inputparameter
5. Berücksichtigung der Mehrperiodigkeit
6. Schlussbetrachtung

„The surest global hedge against complexity risk is to practice Einstein’s dictum that ‘everything should be made as simple as possible ... but no simpler’.“ (Jack Gray)¹

1. Einleitung

Die Strategische Asset Allocation beschäftigt sich mit der langfristigen Aufteilung des Anlagevermögens auf verschiedene Assetklassen und Märkte. Wie diverse empirische Untersuchungen zeigen, sind die hierbei getroffenen Entscheidungen von zentraler Bedeutung für den zukünftigen Anlageerfolg.² Vor diesem Hintergrund ist es erforderlich, die Strategische Asset Allocation mit höchster Priorität und Sorgfalt zu behandeln. Aufgrund der Komplexität der zu lösenden Planungsaufgabe ist dabei eine systematische Vorgehensweise unabdingbar. So sind bei der sachgerechten Planung der Strategischen Asset Allocation nicht nur die erwarteten Renditen der betrachteten Assetklassen zu berücksichtigen, sondern auch ihre zukünftigen Risiken (sowohl isoliert als auch im Verbund zueinander) und die Risikotragfähigkeit des institutionellen Anlegers. Hinzu kommt, dass bei der Ermittlung der optimalen Kapitalaufteilung in der Realität häufig auch bestehende oder zukünftige, zumeist unsichere Verpflichtungen (sog. Liabilities)³, Cash Flows und sonstige Restriktionen (z.B. Anlagegrenzen für bestimmte Assetklassen) berücksichtigt werden müssen. Ferner gilt es, der intertemporalen Dynamik der Umweltbedingungen (Marktentwicklungen etc.) in adäquater Weise – etwa durch flexible Planung – Rechnung zu tragen.

Wie der bekannte deutsche Psychologe DIETRICH DÖRNER im Rahmen praxisnaher Simulationsexperimente demonstriert hat, ist der einzelne Entscheidungsträger aufgrund seiner begrenzten kognitiven Fähigkeiten allerdings zumeist nicht in der Lage, derart komplexe Entscheidungsprobleme unmittelbar zielgerichtet zu planen und zu lösen.⁴ So dürften die meisten Menschen ohne geeignete „Denkwerkzeuge“ (z.B. Modelle) kaum in der Lage sein, variierende Kombinationen von Inputparametern (wie

¹ Gray (2000), S. 23.

² Vgl. etwa Brinson / Hood / Beebower (1986), Brinson / Singer / Beebower (1991) sowie Ibbotson / Kaplan (2000). Die Bedeutung der Strategischen Asset Allocation kommt auch in der sog. Anlageverordnung für institutionelle Anleger unter VAG durch die Forderung nach einer „perspektivischen Anlagepolitik“ zum Ausdruck.

³ Hierbei kann es sich um Verpflichtungen zur Erfüllung von Versicherungsverträgen oder Rückzahlungsversprechen (Lebensversicherungen, Banken), die Bedienung von Pensionszusagen (Pensionskassen, Versorgungswerke, Asset Funding von Pensionsrückstellungen) oder auch um die Bereitstellung von Mitteln für spätere (Re-)Investitionsprojekte (Industrie) handeln. In jedem Fall resultiert daraus das Erfordernis, der jeweiligen Zweckbestimmung bereits im Rahmen der Strategischen Asset Allocation durch Integration der Verpflichtungsseite adäquat Rechnung zu tragen. Vgl. dazu Davis / Steil (2001), S. 51-109.

⁴ Vgl. Dörner (1980) und Dörner / Reither (1978).

z.B. erwartete Renditen und zukünftige Risiken mehrerer Assetklassen, die Risikoaversion des Anlegers, projizierte Liabilities und ggf. weitere einzuhaltende Restriktionen) jeweils *konsistent* in eine „anlegeroptimale“ Vermögensstruktur überzuführen.

Die zielgerichtete Lösung solcher Aufgaben lässt sich nur mit Hilfe adäquater Modelle bewerkstelligen, die bei gegebenen Inputparametern auf konsistente und objektive Weise die jeweils optimale Lösung liefern, welche insofern auch intersubjektiv nachvollziehbar ist. Zur Lösung des Kapitalanlageproblems stellt die Wissenschaft – insbesondere auch wenn es um die Berücksichtigung von Liabilities geht – eine Vielzahl von Modellen zur Verfügung, die sich in Bezug auf ihre zugrunde liegenden Annahmen, die benötigten Inputparameter, ihre Komplexität, ihre konkreten Anwendungsmöglichkeiten und damit auch ihre Praxistauglichkeit z.T. deutlich unterscheiden. Nur ein kleiner Kreis der verfügbaren Modelle ist jedoch zur *sachgerechten* Durchführung einer *realen* Asset Allocation- bzw. Asset-Liability-Studie geeignet.

Das Ziel dieses Beitrags besteht darin, exemplarisch zu zeigen, wie sich ein theoretisch fundiertes Modell zur sachgerechten Planung der Strategischen Asset Allocation (SAA) unter realen Rahmenbedingungen einsetzen lässt. In Abschnitt 2 werden zunächst Kriterien formuliert, die ein Asset Allocation-Modell grundsätzlich erfüllen sollte bzw. muss, damit sich dieses für die Erstellung praxistauglicher SAA-Studien eignet. Ein spezifisches Modell, das die Kriterien des Abschnitts 2 maßgeblich erfüllt und sich für die Erstellung von Asset Allocation-Studien potenziell eignet, wird anschließend in Abschnitt 3 vorgestellt. Im Rahmen der Modellanwendung müssen die zentralen Parameter – insbesondere die Verpflichtungen, die erwarteten Renditen und zukünftigen Risiken der einzelnen Assetklassen – bestimmt bzw. geschätzt werden. Da die Schätzgüte von zentraler Bedeutung für die Qualität des Modell-Outputs ist, widmet sich der nachfolgende Abschnitt 4 dem wichtigen Aspekt der Inputschätzung. Wesentliche Vorteile resultieren bei dem in diesem Beitrag behandelten Modell daraus, dass die Optimierung auf Basis einperiodiger Schätzungen erfolgt. Die Grenzen dieser einperiodigen Betrachtungsweise lassen sich überwinden, indem mittels weiterer Analysen die Brücke zur Mehrperiodigkeit geschlagen wird. Solche mehrperiodigen Analysen sind dann Gegenstand des Abschnitts 5.

2. Praxisanforderungen an ein Modell der Strategischen Asset Allocation

Asset Allocation-Modelle sind das geeignete und notwendige Instrumentarium, um die verschiedenen Ausgangsinformationen und Rahmenbedingungen bei der Planung der Strategischen Asset Allocation systematisch und konsistent in eine „anlegeroptimale“ strategische Portfoliostruktur zu überführen.⁵ Zweifelsfrei ist die dabei erzielte „optimale“ Anlageempfehlung bzw. deren Qualität – gemessen an der Nachhaltigkeit der Zielerreichung – wesentlich von der Güte und den Eigenschaften des eingesetzten Modells abhängig. Vor diesem Hintergrund ist der Auswahl des einzusetzenden Modells eine zentrale Bedeutung beizumessen. Nachfolgend werden verschiedene Kriterien diskutiert, die ein Asset Allocation-Modell erfüllen muss, damit es für die sachgerechte Durchführung realer Asset Allocation-Studien geeignet ist. Anhand dieser Kriterien können alternative Modelle evaluiert und die praxistauglichen identifiziert werden.

Vermeidung zu rigider und praxisferner Annahmen

Bei der Auswahl eines Modells zur Asset Allocation ist auf die Annahmen zu achten, die dem Modell zugrunde liegen. So ist die Optimalität der abgeleiteten Modellempfehlungen wesentlich davon abhängig, ob bzw. inwieweit die Annahmen des Modells in der Realität auch tatsächlich erfüllt sind. Sofern man beispielsweise das Capital Asset Pricing Model (CAPM) im Rahmen einer Asset Allocation-Studie verwendet (z.B. zur Schätzung der erwarteten Renditen der Assetklassen), unterstellt man implizit die Gültigkeit der dem Modell zugrunde liegenden Annahmen. Hierzu gehört auch jene Annahme, die von einer Homogenität der Erwartungen sämtlicher Marktteilnehmer ausgeht. Aus praktischer Sicht ist es jedoch nicht plausibel, dass alle Marktteilnehmer völlig identische Prognosen hinsichtlich der erwarteten Renditen und der zukünftigen Risiken sämtlicher Assets haben. Im Vergleich zum CAPM basiert das Portfolio Selection-Modell von MARKOWITZ auf deutlich schwächeren Annahmen. Wie die systematische Prüfung der Annahmen des Portfolio Selection-Modells von MARKOWITZ bei SCHMIDT-VON RHEIN (1996) und DICHTL (2001) zeigt, ist die praktische Anwendung dieses Modells zur Planung der Strategischen Asset Allocation – jedenfalls in Bezug auf die Modellannahmen – vergleichsweise unproblematisch.⁶

⁵ So auch Michaud (1989), S. 32.

⁶ Siehe hierzu bei Schmidt-von Rhein (1996), S. 404-408 und Dichtl (2001), S. 115.

Überschaubare Prognoseanforderungen

Eine zentrale Eigenschaft von Asset Allocation-Modellen besteht darin, dass es sich bei den wesentlichen Inputfaktoren – erwartete Renditen und zukünftige Risiken der einzelnen Assetklassen – um unbekannte Größen handelt, die für die Anwendung des Modells prognostiziert werden müssen. Die Güte der Empfehlungen des Modells kann dabei nur so gut sein, wie dies die Qualität bei der Schätzung der Inputparameter auch tatsächlich zulässt.⁷ Ein praxistaugliches Asset Allocation-Modell zeichnet sich daher insbesondere auch dadurch aus, dass sich die Anforderungen des Modells in Bezug auf die erforderlichen Prognosen in einem überschaubaren Rahmen bewegen und mit einer hinreichenden Genauigkeit bereitgestellt werden können. Als besonders kritisch erscheinen in diesem Zusammenhang Asset Allocation-Modelle, die auf einer mehrperiodigen Optimierung basieren. Bei diesen Modellen müssen für *sämtliche* Assetklassen entsprechende Prognosen für *alle* betrachteten Perioden bereitgestellt werden, die dann als Grundlage für die mehrperiodige Optimierung dienen. Dies ist insofern problematisch, als eine hinreichend genaue Schätzung bereits im Einperioden-Kontext eine äußerst anspruchsvolle und schwierige Aufgabe darstellt.⁸ Wenngleich die mehrperiodige Optimierung aus theoretischer Sicht durchaus als konzeptionell sehr elegant erscheinen mag, so stellt sich vor dem Hintergrund der Güte von mehrperiodigen Prognosen doch die Frage, welche praktische Bedeutung dem „optimierten“ Ergebnis beigemessen werden kann.⁹ Außerdem steigt die Modellkomplexität und damit die Intransparenz überproportional an. Schließlich sind die Ergebnisse der integrierten Mehrperiodenmodelle im Zuge neuer Informationen schnell veraltet.

Begrenzte Anzahl an Parametern und Freiheitsgraden

Ein weiteres wichtiges Gütekriterium eines Modells ist die Anzahl an frei wählbaren Modellparametern. Ein gutes und praxistaugliches Modell zeichnet sich dadurch aus, dass es nur über eine sehr begrenzte Anzahl an solchen Parametern verfügt, deren Werte sich darüber hinaus mittels ökonomischer Überlegungen und/oder adäquater Schätztechniken sinnvoll und hinreichend objektiv bestimmen lassen.¹⁰ Sofern das Modell nur *einen* Parameter aufweist, der sich nicht aufgrund ökonomischer Überlegungen sinnvoll festlegen lässt, ist der Output des Modells bzw. dessen Optimalität in Frage zu stellen. Dies trifft insbesondere dann zu, wenn der Output des

⁷ Vgl. Hatch / Resnick (1993), S. 90.

⁸ Zur gleichen Beurteilung gelangt auch Schmidt-von Rhein (1996), S. 322.

⁹ Hinsichtlich dieser Fragestellung kommt Schlenger zu folgender Beurteilung: „Die in der Literatur entwickelten Mehrperiodenmodelle, in denen auch die künftigen Portfolioentscheidungen antizipiert und in die aktuelle Entscheidung einbezogen werden (flexible Planung), haben sich nicht als praxistaugliche Alternative erwiesen.“ Schlenger (1998), S. 117-118.

¹⁰ Als ein „Negativbeispiel“ im Sinne dieses Kriteriums sei das dynamische ALM-Modell in Dert (1998), S. 507-513 angeführt.

Modells in Abhängigkeit von dem jeweils gewählten Parameterwert deutlich variiert. Darüber hinaus besteht bei solchen Modellen die Gefahr, dass dieser Parameter so lange verändert wird, bis ein subjektiv präferiertes bzw. „erwartetes“ Ergebnis – in diesem Fall eine bestimmte Asset Allocation – auch mit dem Modell erzielt wird. Im Sinne einer sachgerechten Modellanwendung ist eine solche Vorgehensweise aber unbedingt zu vermeiden.

Hinreichende Stabilität der Modellergebnisse

Das Vertrauen in das eingesetzte Modell ist tendenziell umso höher, je höher die Stabilität (Robustheit) der erzielten Ergebnisse ist.¹¹ So sollten insbesondere geringfügige Variationen bei jenen Inputparametern, die auf einer Schätzung beruhen, nur zu einer moderaten Veränderung des Outputs führen. Andernfalls besteht die Gefahr, dass die Empfehlungen des Modells ausschließlich auf Schätzfehler zurückzuführen sind und somit als invalide angesehen werden müssen. Kritisch sind in diesem Zusammenhang insbesondere solche Modelle, bei denen die Inputfaktoren mit Hilfe einer nichtlinearen oder sogar einer nichtstetigen Funktion in einen Output überführt werden. Hier kann der Fall auftreten, dass geringfügige Variationen bei einem oder mehreren Inputfaktoren zu einer nachhaltigen Änderung des Outputs führen.¹² Geringfügige Schätzungenauigkeiten können also bereits drastische Auswirkungen auf das Ergebnis haben.

Transparenz und hoher Grad an ökonomischer Interpretierbarkeit

Eine weitere wichtige Eigenschaft eines praxistauglichen Modells zur Asset Allocation betrifft seine Transparenz.¹³ Ein praktisch einsetzbares Modell sollte die Eigenschaft aufweisen, dass das Grundkonzept plausibel ist und alle einzelnen Berechnungsschritte verständlich und hinreichend nachvollziehbar sind. So sollte die Transformation der Inputfaktoren in den Output keinesfalls eine „Black Box“ darstellen. Im Idealfall unterliegen nicht nur der Modell-Output, sondern auch sämtliche Zwischenergebnisse einem hohen Grad an ökonomischer Interpretierbarkeit. Auf diese Weise wird nicht nur das Vertrauen in den Output des Modells gestärkt, sondern es lassen sich auch Unstimmigkeiten und Fehler frühzeitig aufdecken. Darüber hinaus sollte bedacht werden, dass die tatsächliche Umsetzung einer Asset Allocation-Studie in aller Regel der Zustimmung eines Entscheidungsträgers bzw. eines Entscheidungsgremiums bedarf. Erfahrungsgemäß stellen hier die Transparenz des Modells, die ökonomische Interpretierbarkeit und die Nachvollziehbarkeit des Lösungsweges zent-

¹¹ Vgl. auch Dichtl / Poddig (2002), S. 750.

¹² Ein einfaches Beispiel ist die Barwertfunktion, deren Output (Barwert) in Abhängigkeit des Horizonts stark auf eine Variation des Diskontierungszinses als Input reagieren kann.

¹³ Siehe hierzu auch Gray (1997).

rale Faktoren für die Akzeptanz und somit für die reale Umsetzung der Empfehlung dar. Andernfalls besteht die Gefahr, dass am Ende doch eine ad hoc-Lösung gewählt wird, eine Konsequenz, die mit einer strukturierten Asset Allocation-Planung gerade vermieden werden soll.

Vor dem Hintergrund der hier diskutierten Kriterien sind viele von der ökonomischen Forschung bereitgestellten Asset Allocation- bzw. Asset Liability-Modelle für die praktische Erstellung von Asset Allocation-Studien nicht bzw. nur unzureichend geeignet. Dies gilt insbesondere für die Modelle, die auf den ersten Blick als besonders anspruchsvoll und leistungsfähig erscheinen. Die Modellkomplexität per se ist keinesfalls als Gradmesser der Ergebnisqualität zu verstehen; die Modellanwendung darf nicht zum Selbstzweck werden. In der Praxis kommt es darauf an, an geeigneter Stelle Komplexität zu reduzieren, um den Blick für das Wesentliche zu schärfen und die nötige Operationalität in der Anwendung sicherzustellen. Der Auswahl des letztendlich eingesetzten Modells sollte also große Aufmerksamkeit beigemessen werden, um schließlich zu einer überzeugenden Lösung für den Anleger zu gelangen.

3. Rahmenmodell der Strategischen Asset Allocation nach SHARPE / TINT

Ausgehend von den vorangehend diskutierten Eigenschaften eines praxistauglichen Asset Allocation-Modells wird in diesem Abschnitt exemplarisch das Modell von SHARPE und TINT (1990) vorgestellt.¹⁴ SHARPE / TINT bieten mit ihrem Ansatz eine für die Praxis interessante Alternative zur Ableitung der Strategischen Asset Allocation mit einer methodisch stringenten Einbindung der Verpflichtungsseite.¹⁵ Der entscheidende Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, dass es sich in den bekannten Rahmen der Portfolioplanung nach MARKOWITZ (Portfolio Selection) einfügt und daher einen hohen Grad an ökonomischer Plausibilität, Interpretierbarkeit und Transparenz aufweist. Durch den Bezug zum Markowitz-Modell ist der Ansatz auch hinsichtlich der Realitätsnähe der zugrunde liegenden Modellannahmen vergleichsweise unproblematisch. Hinzu kommt, dass die Inputerfordernisse und damit der Prognoseaufwand überschaubar sind. Das Modell verfügt nur über wenige Parameter, die zudem eine ökonomische Bedeutung aufweisen und daher sinnvoll gewählt und interpretiert werden können. Bei dem Ansatz von SHARPE / TINT handelt sich um ein integriertes Einperiodenmodell, das unter bestimmten Bedingungen in das originäre Markowitz-Modell mündet.¹⁶ Die notwendige Berücksichtigung der Mehrperiodizität

¹⁴ Siehe Sharpe / Tint (1990). Siehe zur Herleitung des Modells den Anhang des vorliegenden Beitrags.

¹⁵ „Sharpe and Tint have shown how to incorporate liabilities into an asset allocation study in a theoretically sound and operationally straightforward way.“ Grinold / Meese (2000), S. 55.

¹⁶ Zur praktischen Anwendung des Markowitz-Modells verweisen wir auf Sharpe (1987a).

kann dann in einem zweiten Schritt erfolgen, indem die Allokationsalternativen z.B. mittels Projektionsrechnungen und Szenarioanalysen auf Robustheit getestet werden.¹⁷

Strategische Portfolioplanung mit Verpflichtungen

Das „klassische“ Anwendungsfeld von Asset-Liability-Analysen sind Defined Benefit-Zusagen im Bereich der Betrieblichen Altersversorgung, z.B. bei Pensionskassen und Versorgungswerken. Die Strategische Asset Allocation dient dabei dem systematischen Vermögensaufbau, um die bestehenden Leistungsverpflichtungen nachhaltig erfüllen zu können. Man spricht auch von der Sicherung des „finanziellen Gleichgewichts“, d.h. einer jederzeitigen Balance zwischen den Aktivwerten (Vermögen) und den Passiva (Verpflichtungen). Eine isolierte Betrachtung des Portfolios nach Rendite-/Risikokriterien ist insofern unzureichend und oftmals sogar irreführend.

Im Fokus des Interesses steht folglich der *Saldo* aus verfügbarem Vermögen und bestehenden Verpflichtungen, jeweils bestimmt auf Marktwertbasis.¹⁸ Man bezeichnet ihn als Nettovermögen oder Surplus und schreibt:¹⁹

$$(1a) \quad S_0 = A_0 - k \cdot L_0 \quad \text{bzw.} \quad (1b) \quad \tilde{S}_1 = \tilde{A}_1 - k \cdot \tilde{L}_1$$

mit A_0 = Marktwert der Assets (Portfoliowert) im aktuellen Zeitpunkt 0

\tilde{A}_1 = Marktwert der Assets (Portfoliowert) im zukünftigen Zeitpunkt 1

L_0 = Marktwert der Verpflichtungen im aktuellen Zeitpunkt 0

\tilde{L}_1 = Marktwert der Verpflichtungen im zukünftigen Zeitpunkt 1

k = Surplusparameter ($0 \leq k \leq 1$)

Der Surplusparameter k dient der relativen Gewichtung der Verpflichtungen und bestimmt wesentlich deren Einfluss auf die Strategische Asset Allocation. Sollen Aktiva und Passiva gleichwertig behandelt werden, wird k auf den Standardwert eins gesetzt. Dies entspricht dem üblichen Surplusverständnis. Verringert man k sukzessive, nimmt

¹⁷ Diese zweite Analysestufe ist Gegenstand des nachfolgenden Abschnitts 5.

¹⁸ „When assessing pension plans, there is a tendency to value liabilities using actuarial (or accounting) procedures and to value assets at market. It makes little sense, however, to look at the two sides of the balance sheet in different ways. The true measure of periodic pension cost is the change in the *economic value* of the liabilities, plus any net contributions.“ Sharpe (1987b), S. 36. Angemerkt sei, dass die Marktwertanalyse in der Praxis in aller Regel von einer bilanzorientierten Analyse begleitet wird, um wichtigen bilanziellen Erfordernissen der Kapitalanlage Rechnung zu tragen.

¹⁹ Die Tilde über den Variablen kennzeichnet zukünftige und damit unsichere Größen.

die relative Bedeutung der Verpflichtungen stetig ab, und der Surplus steigt entsprechend, bis er für $k = 0$ dem Portfoliowert entspricht.²⁰

Der aktuelle Surplus im Zeitpunkt 0 ist eine deterministische Größe, wenn die Marktwerte der Assets und Liabilities bestimmt sind. Der finanzielle Status der Pensionskasse wird bei positivem Surplus als Overfunding, bei negativem Surplus als Underfunding bezeichnet. Dagegen ist der künftige Surplus in aller Regel eine stochastische Größe, da sowohl der Portfoliowert als auch der Liabilitywert unsicher sind. Im Rahmen des Asset-Liability-Managements geht es entscheidend darum, über die Gestaltung der Vermögensstruktur sicherzustellen, dass der Surplus über die kommenden Perioden positiv wird bzw. bleibt. Je größer der Überschuss der Vermögenswerte über die Verpflichtungen und damit das verfügbare „Reservepolster“ ist, desto stärker kann die Beitragsseite entlastet werden und desto eher können Leistungsverbesserungen gewährt werden.²¹

Zur Strukturierung des Entscheidungsproblems der Strategischen Asset Allocation unter Verpflichtungen wird ein Optimierungsansatz herangezogen, der auf der folgenden Nutzenfunktion des institutionellen Anlegers basiert:

$$(2) \quad \begin{aligned} U &= E(\tilde{Z}) - \lambda \cdot Var(\tilde{Z}) \\ &= E\left(\tilde{R}_A - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \tilde{R}_L\right) - \lambda \cdot Var\left(\tilde{R}_A - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \tilde{R}_L\right). \end{aligned}$$

Dabei bezeichnen wir die Variable Z als Surplusreturn, der sich in Analogie zum Surplus (1) aus der Differenz zwischen der Portfoliorendite und der adjustierten Rendite der Liabilities ergibt. Die Adjustierung der Liabilityrendite erfolgt dabei durch das Produkt aus dem Surplusparameter k und dem Kehrwert der sog. Funding Ratio, d.h.

²⁰ Die Reduzierung von k auf Werte kleiner eins kann angemessen sein, wenn die Erfüllung der Verpflichtungen nicht allein von der Portfolioentwicklung abhängig ist. Eine Pensionskasse mit einem finanziell starken Mutterunternehmen kann sich eher auf das reine Asset Management fokussieren als eine Kasse mit vergleichbarem Status, hinter der aber eine krisengeschüttelte Mutter steht, der das Erbringen außerordentlicher Zusatzbeiträge nicht möglich ist.

²¹ Siehe auch Ammann (1992) und Ezra (1991). Aktuell sind nur wenige Pensionskassen und Pensionsfonds in dieser komfortablen Lage. Insbesondere angelsächsische Pensionsfonds mit ehemals hohen Aktienquoten sehen sich heute mit erheblichen Defiziten konfrontiert, deren Ausgleich unter „normalen“ Bedingungen viele Jahre beanspruchen wird, sofern er ohne externe Unterstützung überhaupt noch möglich ist. Diese Krisensituation ist Beleg dafür, dass in der Vergangenheit bei vielen Anlegern grundlegende Prinzipien einer soliden Asset Allocation nicht beachtet wurden. Möglicherweise wurden auch Modelle und Planungsverfahren verwendet, die den Anforderungen der Praxis nicht genügt haben.

dem Verhältnis aus Verpflichtungen und Assets (L/A).²² Die Funding Ratio (Deckungsgrad) reflektiert wie der Surplus den finanziellen Status der Kasse und hat in (2) den Charakter eines Leveragefaktors.

Gemäß (2) managt der Anleger den Trade-off zwischen der erwarteten Surplusrendite und deren Volatilität, gekoppelt durch den Parameter Lambda, der die Risikoeinstellung zum Ausdruck bringt. Zur Lösung des Entscheidungsproblems wird eine Surplus-Optimierung durchgeführt, die de facto einer relativen Portfoliooptimierung gegen die bestehenden – hinsichtlich Struktur und Höhe kurzfristig nicht disponiblen – Verpflichtungen als „Benchmark“ entspricht.²³ Insofern besteht methodisch eine Parallele zum aktiven Management bzw. auch zum Management von Hedgefonds, welches ebenfalls auf einer Differenzgröße basiert (aktive Rendite anstelle Surplusrendite) und relativ zu einer Benchmark durchgeführt wird, wobei allerdings der Parameter k und die „Funding Ratio“ jeweils entfallen (bzw. den Wert eins annehmen).²⁴

Zur Veranschaulichung der Surplusbetrachtung betrachten wir ein sehr einfach konstruiertes Zahlenbeispiel für eine Asset Allocation mit nur zwei Assetklassen (Aktien und Renten). Die Asset Allocation zwischen Aktien und Renten dominiert alle anderen Entscheidungen, die im Kontext der Strategischen Asset Allocation zu treffen sind. Die relevanten Basisdaten sind in Tabelle 1 angegeben, wobei wir aus Gründen der Veranschaulichung die Annahme treffen, dass die Assetklasse Renten dieselben Verteilungseigenschaften aufweist wie die langlaufenden Liabilities und mit diesen perfekt korreliert ist.

²² Vgl. Ezra (1991), S. 53. Auf Basis der Funding-Ratio kann man eine entsprechende Renditegröße ermitteln, die als Funding-Ratio-Return (FRR) bezeichnet wird und – im Gegensatz zum Surplusreturn – ausschließlich von der Rendite der Assets und Liabilities abhängt (siehe Leibowitz / Kogelman / Bader, 1994):

$$FRR = \left[\frac{A_0(1 + \tilde{R}_A)}{L_0(1 + \tilde{R}_L)} - \frac{A_0}{L_0} \right] \bigg/ \frac{A_0}{L_0} = \frac{(1 + \tilde{R}_A)}{(1 + \tilde{R}_L)} - 1$$

²³ „Surplus Management bedeutet relative Optimierung des Vermögens in Bezug auf die stochastische Benchmark Verbindlichkeiten.“ Ammann (1992), S. 201.

²⁴ Zwischen der Surplus-Optimierung und dem Management von Long-Short-Portfolios besteht allerdings der wesentliche Unterschied, dass das Gewicht der Short-Assets (Liabilities) bei ersterer mit ($-L/A$) fixiert und im Rahmen des Entscheidungsproblems nicht disponibel ist. Zudem werden bei der Surplus-Optimierung Leerverkäufe von Assetklassen regelmäßig ausgeschlossen. Siehe zur Charakterisierung von Pensionsfonds als Quasi-Hedgefonds auch Ezra (1991) S. 52.

	Erwartete Rendite in % p.a.	Volatilität in % p.a.	Korrelation		
			Aktien	Renten	Liabilities
Aktien	10	20	1	0,25	0,25
Renten	5	8	0,25	1	1
Liabilities	5	8	0,25	1	1
Funding Ratio:	1	Risikoaversion (Lambda):		0,04	

Tabelle 1: Basisdaten für die Asset Allocation (Zahlenbeispiel)

Die Inputwerte erlauben die Berechnung verschiedener Effizienzlinien, wobei der Parameter k sukzessive variiert werden kann. Jede Ausprägung von k führt zu einer spezifischen Effizienzlinie im Rendite-/Risikoraum (siehe Abbildung 1).²⁵

Für den Fall $k = 0$ (Nichtberücksichtigung der Liabilities) resultiert die traditionelle Markowitz-Effizienzlinie, d.h. die Surplusrendite und die Rendite des Portfolio fallen zusammen. Für $k = 1$ (volle Berücksichtigung der Verpflichtungen) ergibt sich die Surplus-Effizienzlinie, welche gemäß Abbildung 1 die Gestalt einer Ursprungsgeraden aufweist. Dies bedeutet, dass ein Portfolio existiert, das im Surpluskontext risikofrei ist. Annahmegemäß ist dies ein reines Rentenportfolio, mit dessen Hilfe ein vollständiges Hedgen der Liabilityposition möglich ist. Für alle weiteren k -Werte (z.B. für $k = 0,5$) ergibt sich analog eine Schar von Effizienzlinien, die alle zwischen der Markowitz-Effizienzlinie und der reinen Surplus-Effizienzlinie liegen.

²⁵ Alternativ kann man die Analysen auch auf Surplus-Value-at-Risk-Basis (SVaR) durchführen, siehe dazu die Fallstudie in Gibson (1997) und Kleeberg / Schlenger (2000), S. 992-997.

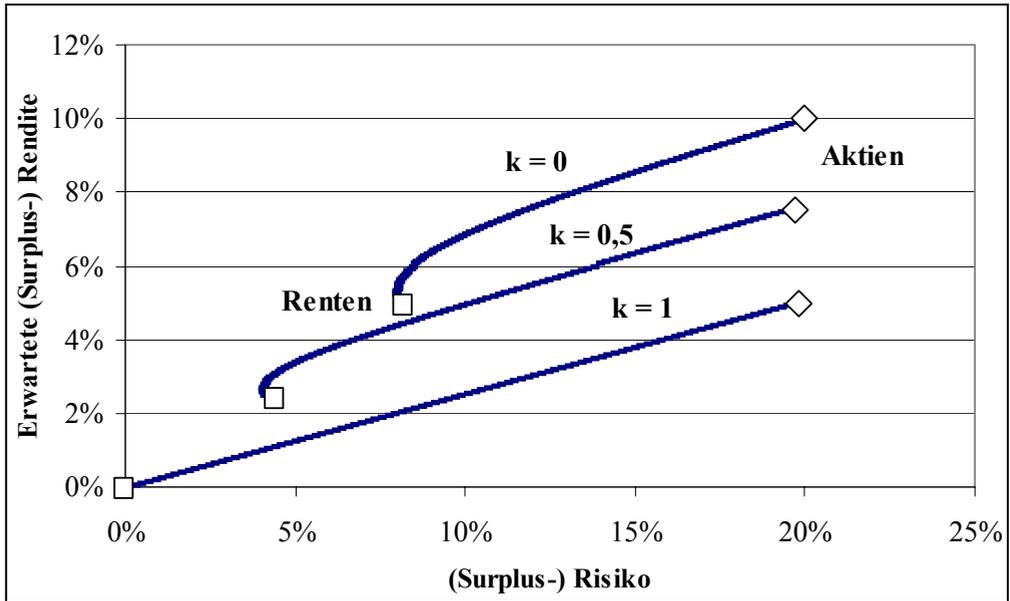


Abbildung 1: Surplus-Effizienzienlinien für alternative k -Werte

Als Lösung der Einperioden-Surplus-Optimierung ergibt sich für jede Einstellung von k eine nutzenmaximale Portfoliostruktur (optimale Aktienquote), die der Struktur der Verpflichtungsseite explizit Rechnung trägt. Die Positionierung auf der jeweiligen Surplus-Effizienzlinie ist dabei von der Risikoeinstellung (λ) des Anlegers abhängig. In unserem Beispielfall mit $\lambda = 0,04$ variiert die optimale Aktienquote zwischen 16,30% (für $k = 1$) und 22,50% (für $k = 0$), wie Abbildung 2 verdeutlicht. Offensichtlich hat der Grad der Berücksichtigung der Verpflichtungen einen erheblichen Einfluss auf die optimale Portfoliostruktur, gerade im Hinblick auf die wichtige Balanced-Entscheidung (Aktien vs. Renten). Je größer die Bedeutung der Verpflichtungen ist, desto wichtiger werden die Korrelationsbeziehungen zwischen Assets und Liabilities und desto stärker werden die Assetklassen (hier: Renten) mit risikoausgleichender Wirkung im Surplusmodus präferiert. So ist zu erklären, dass die Aktienquote in unserem Beispiel sukzessive sinkt, wenn k steigt.

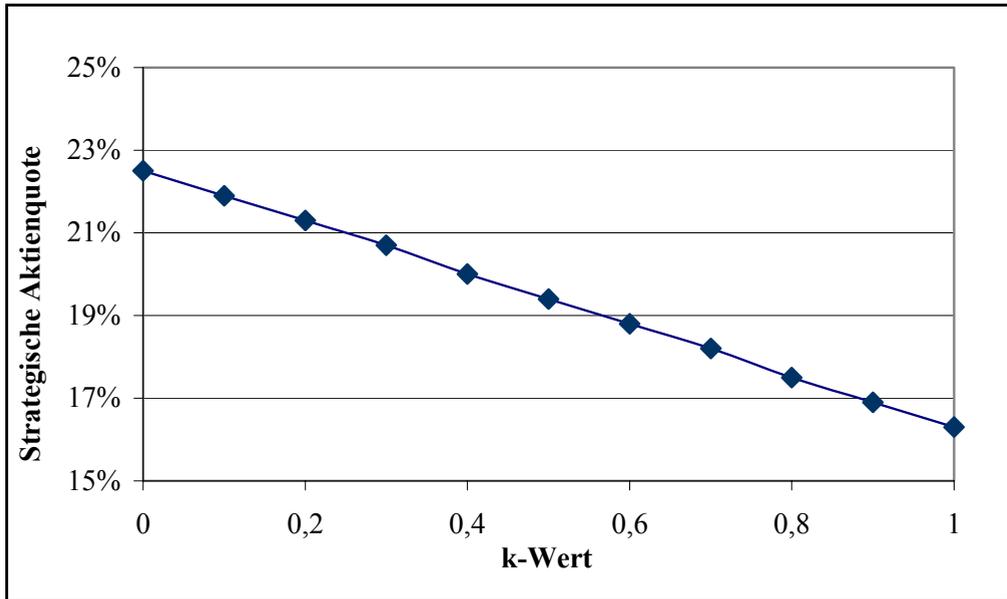


Abbildung 2: Optimale Aktienquote in Abhängigkeit von k

Funktionsweise des Sharpe-Tint-Modells

Die Grundidee des Sharpe-Tint-Modells besteht darin, die erwarteten Renditen der Assetklassen additiv um Renditezuschläge bzw. Renditeabschläge zu adjustieren, die als Liability Hedging Credits (LHCs) bezeichnet werden:²⁶

$$(3) \quad E(\tilde{R}_i^{LHC}) = E(\tilde{R}_i) + LHC_i \quad \forall i$$

Die LHCs reflektieren die Attraktivität der Assetklassen im Asset-Liability-Kontext, gemessen an ihren Risiko- und Hedgeeigenschaften in Bezug auf die Verpflichtungen. Assetklassen mit positiven (negativen) LHCs erhalten nach (3) einen Renditezuschlag (-abschlag), d.h. sie werden in der Portfoliooptimierung c.p. bevorzugt (nachrangig) selektiert. Theoretisch ist sogar der Fall vorstellbar, dass die (grundsätzlich positive) erwartete Rendite einer Assetklasse infolge der LHC-Adjustierung negativ wird.

Von entscheidender Bedeutung sind nun die Bestimmungsgrößen der LHCs und ihr Zusammenwirken. Die folgende Formel bildet den Kern des Sharpe-Tint-Modells. Sie zeigt, wie der LHC der Assetklasse i ermittelt wird:

²⁶ Im Rahmen der praktischen Anwendung werden die „Schätzer“ für die erwarteten Renditen angepasst. Da historischen Renditemittelwerten im Allgemeinen eine relativ begrenzte Schätzgüte zugesprochen wird (siehe z.B. die Literaturlauswertung in Dichtl (2001), S. 139ff.), kommen bei praktischen Asset Allocation-Studien häufig leistungsfähigere Verfahren zum Einsatz. Siehe hierzu näher Abschnitt 4.

$$(4) \quad LHC_i = \lambda \cdot 2k \frac{L_0}{A_0} Cov(\tilde{R}_i, \tilde{R}_L) = \lambda \cdot 2k \frac{L_0}{A_0} Korr(\tilde{R}_i, \tilde{R}_L) \cdot Std(\tilde{R}_i) \cdot Std(\tilde{R}_L)$$

mit λ = Risikoeinstellung (Risikoaversion) des Anlegers

k = Surplusparameter ($0 \leq k \leq 1$)

$Cov(\tilde{R}_i, \tilde{R}_L)$ = Renditekovarianz zwischen der Assetklasse i und den Liabilities

$Korr(\tilde{R}_i, \tilde{R}_L)$ = Renditekorrelation zwischen der Assetklasse i und den Liabilities

$Std(\tilde{R}_i)$ = Risiko (Standardabweichung) der Rendite der Assetklasse i

$Std(\tilde{R}_L)$ = Risiko (Standardabweichung) der Rendite der Liabilities

Der LHC der Assetklasse i wird gemäß (4) von mehreren Größen bestimmt, von denen jedoch nur eine – die Kovarianz der Rendite mit den Verpflichtungen – assetklassenspezifisch und im Vorzeichen variabel ist. Offensichtlich erhalten die Assetklassen mit guten Hedgeeigenschaften, d.h. mit hoher Korrelation zu den Verpflichtungen, positive LHC-Werte, während solche mit einer entgegengesetzten Entwicklung zu den Verpflichtungen mit einem Renditeabschlag versehen werden. Die absoluten Werte der LHCs sind zudem umso höher, je volatilere die jeweilige Assetklasse ist und je volatilere die Verpflichtungen reagieren.

Die Intensität der Berücksichtigung der Kovarianz im LHC wird durch einen Hebelfaktor bestimmt, der wiederum von drei Größen abhängig ist: der Risikoeinstellung des Anlegers, dem Surplusparameter k und der initialen Funding Ratio. Während die Funding Ratio im Prinzip eine feste Größe ist, sind die Risikoeinstellung und k in gewisser Weise Stellgrößen, die vom Anleger (subjektiv) bestimmt werden müssen und Einfluss auf das Ergebnis der Asset Allocation nehmen.

Grundsätzlich gilt, dass die LHCs und ihr Einfluss auf die Asset Allocation umso ausgeprägter sind, je größer die Risikoaversion des Anlegers ist (d.h. je mehr er das Surplusrisiko fürchtet), je größer der Skalierungsfaktor k ist (d.h. je stärker die Liabilities in der Analyse grundsätzlich betont werden sollen) und je weniger komfortabel der Fundingstatus (das „Surpluspolster“) in der Ausgangslage ist. Andererseits reagiert die Asset Allocation bei einer sukzessiven Variation des Parameters k umso weniger, je geringer die Risikoaversion und/oder je besser der Fundingstatus der Versorgungseinrichtung ist.

Die Werte der genannten Bestimmungsgrößen der LHCs sind nicht völlig unabhängig voneinander. Dies gilt insbesondere für die Beziehung zwischen der Risikoaversion und der Funding Ratio des Anlegers. Die Vermutung liegt nahe, dass der Fundingstatus Rückwirkungen auf die Risikoeinstellung hat, konkret dass die Risikoaversion

steigt, wenn sich die Funding Ratio verschlechtert. Formal entspricht dies der folgenden Hypothese:²⁷

$$(5) \quad \lambda = f\left(\frac{L}{A}\right) \text{ mit } \frac{d\lambda}{d(L/A)} > 0$$

Die spezifische LHC-Adjustierung der Renditeschätzer der einzelnen Assetklassen bewirkt, dass auch der Renditeschätzer eines daraus gebildeten Portfolios modifiziert wird, zumal sich die einzelnen LHCs keineswegs wertmäßig ausgleichen müssen (es können z.B. alle LHCs eines Anlageuniversums positiv sein). Man kann schreiben:

$$(6) \quad E(\tilde{R}_A^{LHC}) = \sum_i x_i \cdot E(\tilde{R}_i^{LHC}) = \sum_i x_i \cdot E(\tilde{R}_i) + \sum_i x_i \cdot LHC_i = E(\tilde{R}_A) + LHC_A$$

Daraus folgt, dass sich der LHC eines Asset-Portfolios A linear aus den LHCs der Komponenten berechnen lässt, gewichtet mit ihren Anteilen x_i im Portfolio.

Um die Berechnung der LHCs zu demonstrieren, führen wir unser einfaches Zahlenbeispiel fort. Auf der Grundlage der in Tabelle 1 angegebenen Ausgangswerte erhält man bei Anwendung der Formel (4) die in Tabelle 2 ausgewiesenen LHCs bzw. die LHC-adjustierten Renditeerwartungen. Für beide Assetklassen ergibt sich aufgrund der positiven Kovarianzeigenschaften ein Renditezuschlag, der für die Renten wegen der annahmegemäß perfekten Korrelation zu den Liabilities besonders ausgeprägt ist.

	Erwartete Rendite in % p.a.	LHC in % p.a.	LHC-adjustierte Rendite in % p.a.
Aktien	10	3,20	13,20
Renten	5	5,12	10,12
Liabilities	5	-	-
Funding Ratio:	1	$k = 1$	Risikoaversion (Lambda): 0,04

Tabelle 2: LHC-Adjustierung der erwarteten Renditen für Aktien und Renten

Die so bestimmten adjustierten Renditeschätzer der Assetklassen und entsprechender Portfolios können dann zusammen mit den herkömmlichen Risikoschätzern im bekannten Markowitz-Ansatz verwendet werden:

$$(7) \quad U = \underbrace{E(\tilde{R}_A) - \lambda \cdot Var(\tilde{R}_A)}_{\text{Klassischer Markowitz-Ansatz}} + LHC_A = \underbrace{E(\tilde{R}_A^{LHC}) - \lambda \cdot Var(\tilde{R}_A)}_{\text{Modifizierter Markowitz-Ansatz}}$$

²⁷ Vgl. dazu Sharpe (1987b), S. 44-45.

Der LHC des Assetportfolios wirkt nutzenstiftend und ist insofern ein Gegengewicht zur volatilitätsbedingten Nutzeneinbuße. Eine höhere Portfoliovolatilität kann somit durch einen höheren LHC ausgeglichen werden. Der Grund ist darin zu sehen, dass das Surplusrisiko die maßgebliche Risikodimension ist, und eine positive Kovarianz zwischen Assets und Liabilities das Surplusrisiko reduziert. Der Anwender des Sharpe-Tint-Modells bewegt sich somit analytisch in der ihm vertrauten Markowitz-Welt, kann jedoch zugleich die für ihn relevanten Verpflichtungen in adäquater und ökonomisch plausibler Weise berücksichtigen.

Die mittels der LHC-adjustierten Renditeschätzer durchgeführte Portfoliooptimierung führt zur Effizienzlinie bzw. zur optimalen Asset Allocation nach SHARPE / TINT. Aus Abbildung 3 wird deutlich, dass die LHC-Adjustierung der Renditen eine Verlegung der Effizienzlinie im Markowitz-Rahmen bewirkt.²⁸ Das daraus resultierende optimale Portfolio entspricht dem optimalen Portfolio, das man auf Basis der nicht-adjustierten Renditen im *Surplus-Kontext* erhält. Dies wird bestätigt, wenn man im Beispielfall eine Markowitz-Optimierung anhand der LHC-adjustierten Renditen durchführt. Für $k = 1$ resultiert dieselbe optimale Portfoliostruktur (Aktienquote von 16,30%) wie bei einer reinen Surplusoptimierung (siehe zum Vergleich Abbildung 2). Entsprechend Formel (6) beträgt der LHC des optimalen Portfolios 4,81%.

Zur Evaluierung der Robustheit des im Einperiodenkontext abgeleiteten Ergebnisses ist in der Praxis zusätzlich die Durchführung einer Mehrperiodenanalyse (z.B. für 10 Jahre) erforderlich. Dabei wird die Entwicklung des Vermögens (Assets) und der Verpflichtungen von Jahr zu Jahr unter alternativen Szenarien projiziert und der daraus resultierende Fundingstatus ermittelt.²⁹

²⁸ Eine Parallelverschiebung der Effizienzlinie ergibt sich nur für den theoretischen Sonderfall, dass alle Assetklassen identische Korrelationseigenschaften zu den Liabilities aufweisen. Nur dann wären alle LHCs identisch, und die LHC-Adjustierung hätte keinen Einfluss auf die Asset Allocation, weil das optimale (Tangential-)Portfolio dasselbe bliebe.

²⁹ Siehe auch Ammann (1992), S. 198.

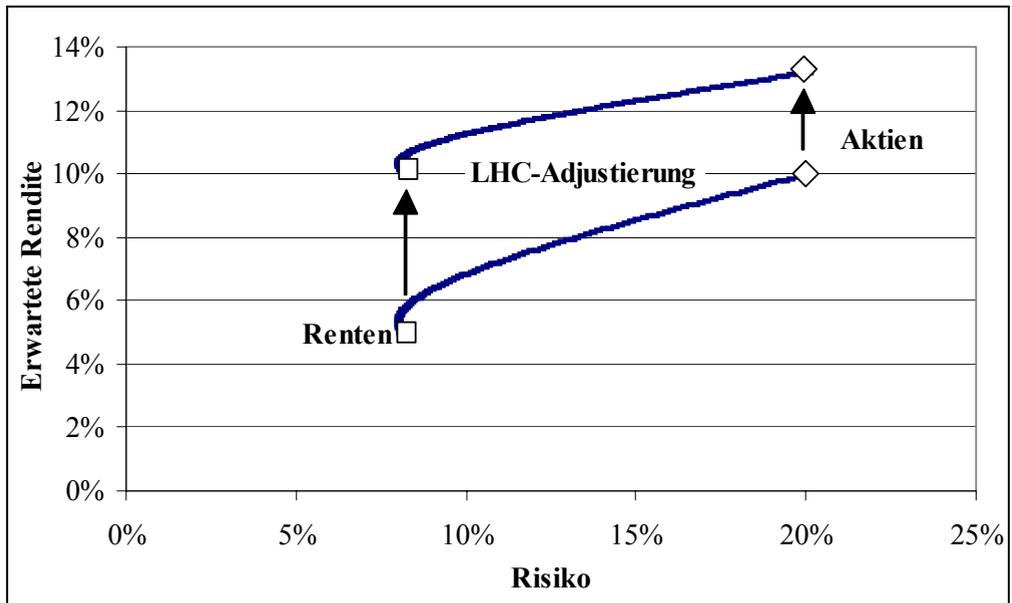


Abbildung 3: LHC-induzierte Verschiebung der Effizienzkurve

4. Schätzung der erforderlichen Inputparameter

Wie die Ausführungen in Abschnitt 3 zeigen, erfordert die Anwendung des Modells von SHARPE / TINT einerseits die adäquate Abbildung der bestehenden und künftigen Verpflichtungen (Liabilities), andererseits die Schätzung der Erwartungswerte sowie der zukünftigen Varianzen und Kovarianzen der Assetklassenrenditen.

Abbildung der Verpflichtungen im Sharpe-Tint-Modell

Notwendige Voraussetzung zur Anwendung des Sharpe-Tint-Verfahrens ist die sachgerechte Erfassung der Liabilities, die im Prinzip wie negative Assets mit gegebenem und nicht disponiblen Bestand behandelt werden. Dazu ist einerseits die Bestimmung ihres Marktwertes (Netto-Barwert) erforderlich, zum anderen müssen die Verteilungsparameter geschätzt werden.³⁰ Beides sind nicht-triviale Aufgaben, da sich weder der Marktwert noch die Verteilungsparameter unmittelbar aus Marktdaten ableiten lassen, wie dies auf der Assetseite möglich ist.

Die Ermittlung des Marktwertes der Verpflichtungen erfolgt prinzipiell nach dem allgemeinen Discounted Cash-Flow-(DCF-)Verfahren. Dazu ist im ersten Schritt die künftige Cash-Flow-Struktur zu bestimmen, die sich aus den Versorgungszusagen des

³⁰ Vgl. Blanco / Müller / Teuscher (1995).

Sponsorunternehmens ergibt.³¹ Hierbei ist zwischen alternativen Liability-Konzepten zu differenzieren, die sich hinsichtlich der Interpretation der Versorgungszusagen, der Cash-Flow-Charakteristika und der relevanten Risikofaktoren voneinander unterscheiden.³² Die beiden wichtigsten Konzepte sind die Accumulated Benefit Obligation (ABO) und die Projected Benefit Obligation (PBO).

Das einfachste Liability-Konzept ist die **Accumulated Benefit Obligation (ABO)**. Die ABO-Cash-Flow-Struktur ist – unter Zugrundelegung adäquater aktuarieller Annahmen – insofern deterministisch, weil sie ausschließlich die im Bewertungszeitpunkt bekannten (aktuellen) Verpflichtungen auf Nominalwertbasis berücksichtigt (sog. fixed dollar liabilities). Dies bedeutet, dass aktuelle Gehälter und Dienstjahre „eingefroren“ und künftige Entwicklungen nicht antizipiert werden. Es handelt sich im Prinzip um die Ermittlung des „Zerschlagungswertes“ der eingegangenen Verpflichtungen unter der Fiktion der sofortigen Schließung des Pensionsfonds und der Abfindung der Begünstigten.³³

Das Alternativkonzept der **Projected Benefit Obligation (PBO)** enthält hingegen eine Projektion der maßgeblichen Bemessungsgrundlagen der später *tatsächlich* zu zahlenden Renten, insbesondere eine Projektion der Gehaltsentwicklung, die wesentlich von der Inflations- und Produktivitätsentwicklung abhängig ist. Die Cash-Flow-Struktur verliert damit ihren deterministischen Charakter, stattdessen ergibt sich eine Struktur von erwarteten Cash Flows. Wenn man davon ausgeht, dass die Erwartungswerte der Zahlungen höher liegen als unter den – in gewisser Weise naiven – Prämissen der ABO, so liegt auch der PBO-Marktwert der Verpflichtungen grundsätzlich höher als derjenige nach ABO.³⁴ Bezogen auf das Sharpe-Tint-Modell bedeutet dies, dass die LHCs auf PBO-Basis c.p. größere Werte annehmen als auf ABO-Basis, mit der Folge, dass die Liability-Orientierung der Analyse aufgrund des rechnerisch schlechteren Fundingstatus ausgeprägter ist.

³¹ Vgl. zum praktischen Procedere Kritzman (1990), S. 83-91 und Sharpe (1987b), S. 42-44.

³² „Liabilities are hard to define accurately. In general terms, they can be represented as a composition of liability classes such as fixed cash flows of given amounts at given dates, floating rate or indexed payments, and contingent liabilities. In most cases, a liability can be formulated in terms of its expected cash flows.“ Fong (1992), S. 14.

³³ Vgl. Arnott / Bernstein (1988), S. 27-28 und Davis / Steil (2001), S. 69-70.

³⁴ Siehe auch Exhibit 1 in Gibson (1997), S. 239. Der Unterschied zwischen ABO und PBO ist umso größer, je „jünger“ eine Pensionskasse ist, während bei einer geschlossenen Kasse, deren Bestand nur noch aus Renteneempfängern besteht, ABO und PBO praktisch zusammenfallen.

Das Sharpe-Tint-Modell unterstellt weder das eine noch das andere Liability-Konzept, ist insofern „neutral“.³⁵ Gleichwohl stellt sich in der praktischen Anwendung die Frage nach dem adäquaten Konzept, zumal die Abbildung der Verpflichtungen erhebliche Implikationen für die Strategische Asset Allocation haben kann. U.E. ist die Projected Benefit Obligation das relevante Liability-Konzept, weil es implizit auf der „going concern“-Annahme beruht und der ökonomischen Realität eher entspricht als die ABO.³⁶ Aufgrund seiner stärkeren Liability-Orientierung ist es auch „konservativer“ in den Ergebnissen.

Sobald das Liability-Konzept gewählt und die Cash-Flow-Struktur der Liabilities bekannt ist, erfolgt im zweiten Schritt die marktgerechte Bewertung der (erwarteten) Cash Flows mittels Diskontierung, idealerweise fristengerecht über die aktuelle Zerobond-Zinsstruktur.³⁷ Sofern diese Verfahrensweise nicht möglich ist – z.B. weil keine langlaufenden Zerobonds verfügbar sind – oder dies zu aufwendig erscheint, kann behelfsweise auch mit einem repräsentativen marktkonformen „Durchschnittszins“ gerechnet werden.³⁸

Als weitere Inputgrößen fordert das Sharpe-Tint-Modell die Korrelationen der einzelnen Assetklassen mit den Verpflichtungen sowie die Volatilität der Liability-Rendite (wohingegen der Erwartungswert der Liability-Rendite keinen Einfluss auf die Asset Allocation hat, weil er fix und nicht entscheidungsrelevant ist). Dies macht die Schätzung der Risiko-/Verteilungseigenschaften der Liabilities erforderlich. Für die praktische Anwendung ist es hilfreich, sich die Verpflichtungen als (Short-) Bondportfolio vorzustellen, dessen Wert auf kurze Sicht primär zinsabhängig ist. Die Zinsentwicklung ist somit der wesentliche Risikofaktor. Wenn man die Zinssensitivität der Verpflichtungen mittels geeigneter Kennzahlen (Duration, Konvexität) quantifiziert, kann man in der Analyse einen geeigneten Bond bzw. ein Portfolio von Bonds als Proxy wählen, mit dessen Hilfe dann die erforderlichen Risikoparameter geschätzt werden.³⁹

³⁵ „We start by assuming that the pension fund has determined what liabilities it wishes to consider in determining its investment strategy.“ Sharpe / Tint (1990), S. 5. Allerdings kann man eine gewisse Präferenz für die PBO „herauslesen“, weil dieses Konzept *exemplarisch* genannt wird. Siehe Sharpe / Tint (1990), S. 6.

³⁶ Siehe auch Arnott / Bernstein (1988), S. 28-29. Eine gegenteilige Auffassung vertritt Bodie (1990), der die ABO als relevantes Liability-Konzept für die Asset Allocation proklamiert und auf dieser Basis den hohen Aktienanteil vieler US-Pensionsfonds kritisch beurteilt. Die Erfahrungen der jüngeren Vergangenheit haben gezeigt, dass diese Kritik berechtigt ist.

³⁷ Vgl. zu den methodischen Details Ryan (1997), S. 189-190.

³⁸ Siehe dazu die Fallstudie in Gibson (1997).

³⁹ „The usual approach is to represent the liabilities as a portfolio of domestic bonds. In this case it is easy to determine the required covariances.“ Grinold / Meese (2000), S. 60.

In der praktischen Analyse wird dann die Rendite der Liabilities durch die Rendite des Proxy-Bondportfolios substituiert, d.h. der Surplusreturn Z lässt sich wie folgt schreiben:

$$(8) \quad \tilde{Z} \cong \tilde{R}_A - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \tilde{R}_{Bond}$$

Die Verwendung der Bondrendite als Proxy ist insofern unvollkommen, als sie nur das Zinsrisiko erfasst und die Unsicherheit in den Cash Flows de facto ausblendet. Insofern entspricht diese Verfahrensweise eher dem ABO- als dem PBO-Konzept.⁴⁰ Auf kurze Sicht ist dies akzeptabel, weil das Zinsrisiko wegen des hohen Durationshebels dominant ist und die Cash Flows bei überschaubarem Betrachtungshorizont weitgehend stabil sind.

Mit zunehmendem Betrachtungshorizont gewinnt jedoch das – durch die Inflation und die Produktivitätssteigerungen bedingte – Risiko in den Cash Flows gegenüber dem Zinsrisiko relativ an Bedeutung. Ein reines Bondportfolio, das auf Sicht von einer Periode die Verpflichtungen perfekt abdeckt, kann sich über längere Frist durchaus als sehr riskant erweisen, wenn die damit generierten Cash Flows nicht zur Kompensation der Rentensteigerungen im Zeitablauf ausreichen. Somit besteht ein intertemporaler Trade-off zwischen dem Hedgen (des Zinsrisikos) zeitlich nahe liegender und weitgehend fixer Verpflichtungen auf der einen Seite und dem Hedgen zeitlich entfernter und unsicherer Liability Cash Flows.⁴¹

Das kurzfristige Hedgemotiv („Matching“) spricht für Bonds als Assetklasse, während mit zunehmendem Horizont Realwertassets wie Aktien an Attraktivität gewinnen, deren Rendite an dieselben Faktoren (insbesondere Inflation und Produktivität) gekoppelt ist, von denen auch die künftigen Cash-Flows der Pensionskasse abhängig sind.⁴² Das Sharpe-Tint-Modell kann diesen Trade-off in der Praxis nur bedingt erfassen.⁴³ Gerade deshalb ist die Ergänzung um eine fundierte Mehrperiodenanalyse zur Einbeziehung der längerfristigen Cash-Flow-Unsicherheiten erforderlich. Das Ergebnis wird eine Portfoliostruktur sein, die beiden Risikodimensionen – Zinsrisiko und Cash-Flow-Risiko – adäquat Rechnung trägt. Je größer der Spread zwischen ABO und PBO einer Kasse ist, desto größeres Gewicht wird den Cash-Flow-Risiken im Rahmen der Strategischen Asset Allocation beizumessen sein.

⁴⁰ Vgl. dazu Gibson (1997).

⁴¹ Vgl. Arnott / Bernstein (1988), S. 27-37 und Kritzman (1990), S. 83-90.

⁴² „The assets that best assure a surplus over the PBO in the long run are the riskiest in the short run, in that they add variability to the pension fund surplus.“ Arnott / Bernstein (1988), S. 33.

⁴³ Eine Möglichkeit, der längerfristigen Cash-Flow-Unsicherheit direkt im Sharpe-Tint-Modell Rechnung zu tragen und Aktieninvestments zu präferieren, besteht darin, die Risikoaversion in Bezug auf das kurzfristige zinsinduzierte Surplusrisiko entsprechend moderat anzusetzen.

Die Verpflichtungen von Pensionskassen sind in vielen Fällen insofern „homogen“ und wenig diversifiziert, als sie typischerweise auf die „Heimatswährung“ der Begünstigten lauten (z.B. Euro für eine deutsche Pensionskasse). Dieses Charakteristikum der Verpflichtungen hat Implikationen für die Asset Allocation: Mit steigendem k bzw. sinkendem Fundingstatus und damit zunehmender Betonung des Asset-Liability-Managements werden „domestic“ Assets aus demselben Währungsraum gegenüber internationalen Assets aus anderen Währungsräumen bevorzugt. Dies impliziert eine Verringerung der internationalen Streuung, ein wichtiger Grund für den zu beobachtenden „Home Bias“ vieler institutioneller Anleger mit Verpflichtungen.⁴⁴

Ableitung der Rendite-/Risikoschätzer für die Assetklassen

Neben der Abbildung der Verpflichtungsseite erfordert das Sharpe-Tint-Modell die Bereitstellung der Rendite/Risiko-Schätzer für die relevanten Assetklassen. Da es sich hierbei um zukünftige und damit unbekannte Größen handelt, ist zwangsläufig ein Rückgriff auf adäquate Schätzungen dieser Parameter notwendig. Das Modell selbst liefert keine Hinweise, wie diese Schätzungen geeignet erfolgen sollten. Die mit dem Modell abgeleiteten Allokationsempfehlungen und die daraus resultierenden Kapitalanlageergebnisse können jedoch nur so gut sein, wie dies die Güte der Schätzungen auch tatsächlich zulässt. Vor diesem Hintergrund muss der Parameterschätzung eine zentrale Bedeutung beigemessen werden. Wie die Ergebnisse der Untersuchung von CHOPRA / ZIEMBA (1993) zeigen, führen Fehler bei der Schätzung der erwarteten Renditen zu wesentlich größeren Abweichungen von der optimalen Portfoliostruktur als vergleichbare Fehler bei der Risikoschätzung (Varianzen und Kovarianzen).⁴⁵ Dieser Befund gilt auch im Falle einer hohen Risikoaversion, wo die Portfoliostrukturierung verstärkt am Risiko (und weniger an den erwarteten Renditen) ausgerichtet wird. Folglich empfehlen CHOPRA / ZIEMBA die Konzentration auf die Schätzung der erwarteten Renditen und die Verwendung empirischer Varianzen bzw. Kovarianzen für die Risikoschätzung.⁴⁶ Diese Empfehlung wird durch andere Untersuchungen gestützt, welche den empirischen Varianzen/Kovarianzen eine hinreichende Zeitstabilität und somit Prognosegüte zusprechen.⁴⁷ So weisen etwa Minimum-Varianz-Portfolios, die auf Basis historischer Varianz-Kovarianzmatrizen rollierend berechnet werden, in der Renditerealisationsphase ein sehr niedriges Risiko auf, was ebenfalls auf eine hohe Güte dieser Schätzer im Kontext des Asset Managements schließen lässt.⁴⁸ Aufgrund

⁴⁴ Vgl. zum Phänomen des „Home Bias“ auch den Beitrag von Jeske in diesem Handbuch.

⁴⁵ Vgl. Chopra / Ziemba (1993), S. 9-10.

⁴⁶ Vgl. Chopra / Ziemba (1993), S. 10.

⁴⁷ Vgl. hierzu die in Dichtl (2001) durchgeführten Literaturliteraturauswertungen und Untersuchungen.

⁴⁸ Vgl. Eun / Resnick (1988), S. 206, Jorion (1992), S. 71 sowie Kleeberg (1995), S. 121-123 und S. 183-185.

dieser Befunde erscheint es bei einer ganzheitlichen Betrachtungsweise sinnvoll bzw. sogar erforderlich, die Aufmerksamkeit auf der Inputseite insbesondere auf die Schätzung der erwarteten Renditen zu lenken.

Szenariobasierter Ansatz der Renditeschätzung

Der so genannte „szenariobasierte Ansatz“ stellt prinzipiell die aus theoretischer Sicht korrekte Vorgehensweise bei der Bestimmung von erwarteten Renditen dar.⁴⁹ Im Rahmen dieses Ansatzes wird zur Ermittlung der erwarteten Rendite einer Assetklasse $E(\tilde{R}_i)$ die zukünftige Umwelt in J unterschiedliche Umweltszenarien (z.B. Rezession, Stagnation, Aufschwung etc.) unterteilt ($j = 1, \dots, J$) und diesen jeweils eine Eintrittswahrscheinlichkeit (P_j) zugeordnet. Darüber hinaus muss für jede Assetklasse eine Rendite ($R_{i,j}$) angegeben werden, die sie im jeweiligen Umweltzustand j realisieren wird. Die nachfolgende Tabelle 3 zeigt die Konstellationen, die sich im einfachen Fall mit drei betrachteten Assets ($i = 1,2,3$) und drei möglichen Umweltzuständen ($j = 1,2,3$) ergibt.

Szenario	Rezession	Stagnation	Aufschwung
Wahrscheinlichkeit	$P_1 = 0,20$	$P_2 = 0,20$	$P_3 = 0,60$
Aktienmarkt	$R_{\text{Aktien}, 1}$	$R_{\text{Aktien}, 2}$	$R_{\text{Aktien}, 3}$
Rentenmarkt	$R_{\text{Renten}, 1}$	$R_{\text{Renten}, 2}$	$R_{\text{Renten}, 3}$
Cash	$R_{\text{Cash}, 1}$	$R_{\text{Cash}, 2}$	$R_{\text{Cash}, 3}$

Tabelle 3: Beispiel eines szenariobasierten Ansatzes

Auf Basis dieser möglichen Szenarien ergibt sich die erwartete Rendite der Assetklasse i als gewichtete Summe der jeweiligen umweltabhängigen Renditen, wobei die Eintrittswahrscheinlichkeiten der jeweiligen Umweltzustände die Gewichtungsfaktoren darstellen:⁵⁰

$$(9) \quad \hat{E}(R_i) = \sum_{j=1}^J P_j \cdot R_{i,j}$$

Im betrachteten Beispiel würde sich die erwartete Rendite für den Aktienmarkt gemäß Formel (9) beispielsweise wie folgt berechnen:

⁴⁹ Zur Beschreibung dieses Ansatzes siehe auch Sharpe (1990), S. 7-37 ff.

⁵⁰ Für die Berechnung von Varianzen und Kovarianzen sind entsprechende Formeln verfügbar. Siehe beispielsweise Dichtl (2001), S. 137-138 sowie die dort aufgeführten Quellen.

$$(10) \quad \hat{E}(R_{\text{Aktien}}) = 0,20 \cdot R_{\text{Aktien},1} + 0,20 \cdot R_{\text{Aktien},2} + 0,60 \cdot R_{\text{Aktien},3}$$

Wenngleich es sich beim szenariobasierten Ansatz um die theoretisch korrekte Vorgehensweise zur Ermittlung des Erwartungswertes einer Assetklassenrendite handelt, ist dieses Verfahren in der Praxis mit zahlreichen Problemen behaftet. So liefert die Theorie keine Hinweise, wie viele verschiedene Umweltzustände betrachtet werden sollten, wie man diese geeignet voneinander abgrenzen kann bzw. wie man zu adäquaten Wahrscheinlichkeitsaussagen für deren Eintreffen gelangt. Ferner erfordert dieses Verfahren, für jedes betrachtete Asset in jedem möglichen Umweltszenario die sich ergebende Rendite „punktgenau“ anzugeben.⁵¹ Letztendlich wird also bei dieser Vorgehensweise vollständige Sicherheit bei der Modellierung der Unsicherheit angenommen, was in der Realität nicht gegeben ist. Darüber hinaus steigt die Informationsanforderung mit jedem weiteren Umweltzustand und jeder weiteren Assetklasse deutlich an. Es wird dann auch zunehmend schwieriger, die innere Konsistenz der Inputs zu gewährleisten. Dies dürften die wesentlichen Gründe dafür sein, dass dieser Methodik zur Bestimmung der erwarteten Renditen im praktischen Asset Management keine nennenswerte Bedeutung zukommt.

Historische Renditemittelwerte

Aufgrund der erheblichen Probleme, die mit der Anwendung des szenariobasierten Ansatzes verbunden sind, erfolgt sowohl bei praktischen Asset Allocation-Studien als auch bei wissenschaftlichen Arbeiten häufig die Schätzung der erwarteten Renditen mittels historisch berechneter Renditemittelwerte (\bar{R}_i). Bei einem Beobachtungsumfang von T historischen Renditen ($R_{i,t}$) lassen sich diese wie folgt berechnen:

$$(11) \quad \hat{E}(R_i) = \bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{i,t}$$

Bei Anwendung dieser auf Renditerealisationen der Vergangenheit basierenden Schätzmethodik wird implizit unterstellt, dass sich die Renditeverteilungen der Assetklassen im Zeitablauf nicht ändern (Stationaritätseigenschaft). Während historisch berechneten Varianzen bzw. Kovarianzen eine hinreichende Schätzgüte zugesprochen wird, trifft dies jedoch für historische Renditemittelwerte in ihrer Eigenschaft als Renditeschätzer nicht zu. So wird die Schätzung der erwarteten Rendite mittels der historischen Renditemittelwerte im Rahmen des Asset Managements nahezu einhellig als unbefriedigende Lösung beurteilt.⁵²

⁵¹ Zur Modifizierung dieser Annahme siehe Sharpe (1990), S. 7-38 sowie die dort genannte Literatur.

⁵² Siehe beispielsweise die Literaturlauswertung in Dichtl (2001), S. 140-144.

Stein-Schätzer für die Assetklassen-Renditen

Ein wesentlicher Nachteil bei der Schätzung der erwarteten Rendite einer Assetklasse mittels des historischen Renditemittelwertes besteht darin, dass ausschließlich die vergangenen Renditen dieser Assetklasse berücksichtigt werden. Die Renditeschätzung erfolgt insofern vollkommen separiert von der Renditeschätzung der anderen Assetklassen. Dabei wird vernachlässigt, dass auch die Renditen der übrigen Assets ein Informationspotenzial darstellen, welches einen positiven Beitrag zur Parameterschätzung einer bestimmten Assetklasse liefern kann. Hier knüpfen die sog. „Stein-Schätzer“ an.⁵³ Der „Kerngedanke“ der Stein-Schätzer besteht darin, die einzelnen assetklassenspezifischen Renditemittelwerte an einen „globalen“, assetklassenübergreifenden Mittelwert anzupassen. Gegenüber den gewöhnlichen historischen Renditemittelwerten sind die so berechneten Schätzer weit weniger von extremen Datenpunkten abhängig. Die Verwendung dieser Schätzer sollte tendenziell zu intuitiveren, ausgewogeneren und robusteren Portfoliostrukturen mit einer besseren „out of sample“-Performance führen.⁵⁴

Die Berechnung des Stein-Schätzers für eine Assetklasse i (\bar{R}_i^{Stein}) erfolgt in der Weise, dass zu einem globalen (assetklassenübergreifenden) Renditemittelwert (\bar{R}^{global}) die Abweichung des assetklassenspezifischen Renditemittelwertes (\bar{R}_i) von diesem globalen Mittelwert addiert wird, wobei noch eine Gewichtung dieser Abweichung mit dem Schrumpfungsfaktor c_i erfolgt:

$$(12) \quad \hat{E}(R_i) = \bar{R}_i^{Stein} = \bar{R}^{global} + c_i \cdot (\bar{R}_i - \bar{R}^{global})$$

In der Wahl des Schrumpfungsfaktors c_i , welcher Werte zwischen null und eins annehmen kann, kommt das Vertrauen in den assetspezifischen Mittelwert zum Ausdruck. So resultiert bei einem Wert von null der globale Renditemittelwert als Schätzer, mit der Folge, dass der assetklassenspezifische Renditemittelwert (\bar{R}_i) bei der Schätzung nicht explizit berücksichtigt wird (geringes Vertrauen).⁵⁵ Hingegen erfolgt bei einem Schrumpfungsfaktor von eins die Schätzung mittels des gewöhnlichen assetklassenspezifischen Renditemittelwertes (hohes Vertrauen).

Hinsichtlich der konkreten Anwendung der Stein-Schätzer findet man in der Literatur verschiedene Varianten, die sich insbesondere hinsichtlich der Bestimmung des globalen Renditemittelwertes und des Schrumpfungsfaktors unterscheiden. So wird bei-

⁵³ Diese Schätzer werden in der Literatur auch unter der Bezeichnung als „James-Stein“- oder „Bayes-Stein“-Schätzer verwendet.

⁵⁴ Vgl. Chopra / Hensel / Turner (1993) und Michaud (1998), S. 83-94.

⁵⁵ Wenn man für *alle* Assetklassen einheitlich den globalen Renditemittelwert als Renditeschätzer ansetzt, führt dies in der Asset Allocation zwangsläufig zum sog. Minimum-Varianz-Portfolio. Siehe auch Jorion (1985), S. 270-271.

spielsweise bei MICHAUD (1998) der Schrumpfungsfaktor für jedes einzelne Asset empirisch aus den zugrunde liegenden Daten bestimmt, während der globale Mittelwert aus den spezifischen Renditemittelwerten *aller* im Anlageuniversum berücksichtigter Assets ermittelt wird. Die assetklassenübergreifende Berechnung *eines* globalen Renditemittelwertes erscheint insofern als kritisch, als hierbei wichtige Informationen – z.B. die langfristige globale Risikoprämie der Aktien- gegenüber den Rentenmärkten – unberücksichtigt bleiben. Dieses Defizit umgehen CHOPRA / HENSEL / TURNER (1993), indem sie für jede Assetklassenkategorie separat (z.B. für alle Aktienmärkte und alle Rentenmärkte) jeweils einen eigenen globalen Renditemittelwert berechnen.⁵⁶ Die resultierende Differenz aus dem globalen Aktienmarktmittelwert und dem globalen Rentenmarktmittelwert reflektiert dann die erwartete Risikoprämie. Setzt man den Schrumpfungsfaktor auf den Wert null, so entspricht die erwartete Rendite einer Assetklasse dem globalen Renditemittelwert der entsprechenden Assetklassenkategorie (z.B. Aktien oder Renten). Sowohl MICHAUD als auch CHOPRA / HENSEL / TURNER stellen positive Effekte beim Einsatz von Stein-Schätzern fest, insbesondere im Vergleich zur Anwendung gewöhnlicher historischer Renditemittelwerte.⁵⁷

Weitere Ansätze der Renditeschätzung

Die vorangehende Diskussion der alternativen Verfahren zur Schätzung der erwarteten Renditen erhebt keinesfalls den Anspruch auf Vollständigkeit. So kommen beispielsweise zur Schätzung der erwarteten Renditen von Assetklassen häufig auch internationale Asset Pricing-Modelle (z.B. ICAPM) zum Einsatz.⁵⁸ Jedoch ist auch bei diesen Modellen zu berücksichtigen, dass die Güte der Prognosen maßgeblich von der hinreichenden Erfüllung der dem Modell zugrunde liegenden Annahmen abhängig ist. Ob bzw. inwieweit die Annahmen in der Realität hinreichend erfüllt sind, um die Modellanwendung zu rechtfertigen, ist im jeweiligen Einzelfall zu prüfen.

5. Berücksichtigung der Mehrperiodigkeit

Ein wesentlicher Vorteil des in Abschnitt 3 vorgestellten Sharpe-Tint-Modells besteht darin, dass die Optimierung der Asset Allocation auf Basis von langfristigen, durchschnittlichen Einperioden-Erwartungen vorgenommen wird. Da man bereits in diesem Fall mit entsprechenden Schätzrisiken konfrontiert ist, erscheint die Ableitung einer integrierten „intertemporal optimalen“ Allokationsstrategie auf Basis mehrperiodiger Prognosen in der der praktischen Anwendung kritisch. Gleichwohl sind in der Praxis

⁵⁶ Siehe hierzu auch die Nachfolgestudie von Hensel / Turner (1998).

⁵⁷ Dies trifft auch für die Studie von Hensel / Turner (1998) zu.

⁵⁸ Vgl. beispielsweise Black / Litterman (1992). Siehe auch den Beitrag von Ebertz / Schmidt-von Rhein / Tolksdorf in diesem Handbuch.

Mehrperiodenanalysen erforderlich, um den Erfordernissen institutioneller Anleger zu entsprechen, die durch mehrperiodiges Denken und Planen in Intervallen (zumeist in einzelnen Jahresabschnitten) geprägt sind. Die Gründe hierfür liegen in der Pflicht zur periodischen Erstellung von Jahresabschlüssen, Rechenschaftsberichten, Performance-Reportings etc. Vor diesem Hintergrund ist es sinnvoll bzw. sogar erforderlich, die im einperiodigen Kontext abgeleiteten Ergebnisse einer Mehrperiodenanalyse zu unterziehen, um deren Implikationen für das finanzielle Gleichgewicht in künftigen Perioden zu evaluieren. Dies kann beispielsweise in der Weise erfolgen, dass als Ergebnis der einperiodigen Analyse mehrere tragfähige effiziente Portfolios resultieren (z.B. ein Segment auf der Effizienzkurve), die anschließend einer Mehrperiodenanalyse unterzogen werden. Als abschließend „optimale“ Lösung wird dann jene gewählt, die im Zuge der mehrperiodigen Analysen am „besten“ abgeschnitten hat. Für diese Beurteilung können verschiedene Kriterien (z.B. Value-at-Risk, Ausfallwahrscheinlichkeiten oder Liability-Deckung im Mehrperiodenkontext) herangezogen werden.

Zur Durchführung von Mehrperiodenanalysen ist es erforderlich, Annahmen bezüglich der intertemporalen Entwicklung der relevanten Assets und Liabilities zu treffen, die im Rahmen der Analysedurchführung auch variiert werden können. Auf Basis dieser Annahmen lässt sich dann prüfen, wie sich die bei der einperiodigen Optimierung abgeleitete(n) optimale(n) Kapitalallokation(en) im Mehrperiodenkontext verhalten. Der wesentliche Unterschied zu einem „klassischen“ Mehrperiodenmodell besteht also darin, dass nicht *ein* mehrperiodiges Szenario zur Durchführung einer „harten“ Optimierung herangezogen wird, sondern eine intertemporale Robustheitsanalyse anhand von alternativ möglichen mehrperiodigen Szenarien erfolgt. Die zugrunde gelegten Annahmen entscheiden darüber, ob die Mehrperiodenanalysen auf analytischem Wege durchgeführt werden können oder ob Monte-Carlo- bzw. Bootstrap-Simulationen erforderlich sind.

Analytische Mehrperiodenanalyse *ohne* Berücksichtigung von Liabilities

Im Rahmen der Mehrperiodenanalyse soll genau dort angeknüpft werden, wo die Grenzen des einperiodigen Optimierungsmodells liegen. So besteht eine Kernaufgabe darin, eine Analyse der Risiken im Zeitablauf vorzunehmen, die mit einer konkreten Asset Allocation verbunden sind („intertemporale Risikoanalyse“). Hierzu eignen sich insbesondere solche Risikomaße, die dem allgemeinen, intuitiven Risikoempfinden entsprechen. Ein solches Maß ist der sog. „Value-at-Risk“ (VaR). Hierbei handelt es sich um die Marktwertänderung eines Portfolios, die auf Sicht eines bestimmten Zeithorizonts T (Haltedauer in Jahren) mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit α (z.B. $\alpha = 0,95$ oder $\alpha = 0,99$) nicht überschritten wird. Im Falle von normalverteilten steti-

gen Renditen lässt sich der VaR für ein Portfolio A mit einem aktuellen Marktwert A_0 wie folgt ermitteln:⁵⁹

$$(13) \quad VaR_A = A_0 \cdot \left[\exp\left(T \cdot E\left(\tilde{R}_A\right) + \tau_{1-\alpha} \cdot \sqrt{T} \cdot Std\left(\tilde{R}_A\right)\right) - 1 \right]$$

Bei den Größen $E\left(\tilde{R}_A\right)$ und $Std\left(\tilde{R}_A\right)$ handelt es sich um die erwartete Rendite bzw. das Risiko des Portfolios A .⁶⁰ Mit $\tau_{1-\alpha}$ wird das $(1 - \alpha)$ -Quantil der Standardnormalverteilung bezeichnet. Für den häufig verwendeten Wert von $\alpha = 0,95$ (bzw. $\alpha = 0,99$) nimmt das $(1 - \alpha)$ -Quantil den Wert $\tau_{0,05} = -1,65$ (bzw. $\tau_{0,01} = -2,33$) an. Unter der Annahme, dass sich die Größen $E\left(\tilde{R}_A\right)$ und $Std\left(\tilde{R}_A\right)$ im Zeitablauf weitgehend stabil verhalten, lässt sich durch eine Variation des Parameters T (z.B. $T = 1, 2, 3 \dots$ Jahre) die intertemporale Entwicklung des Risikos analysieren.

Ein weiteres intuitives und bekanntes Risikomaß ist die Ausfallwahrscheinlichkeit. Hierbei handelt es sich um jene Wahrscheinlichkeit α , mit der die Rendite des Portfolios A eine vorgegebene Zielrendite (R_A^{Ziel}) nicht erreichen wird:

$$(14) \quad P\left(\tilde{R}_A < R_A^{Ziel}\right) = \alpha$$

Im Falle normalverteilter Renditen lässt sich die Ausfallwahrscheinlichkeit unmittelbar mit Hilfe der kumulierten Standardnormalverteilung F ermitteln:

$$(15) \quad \alpha = F\left(\frac{T \cdot R_A^{Ziel} - T \cdot E\left(\tilde{R}_A\right)}{\sqrt{T} \cdot Std\left(\tilde{R}_A\right)}\right)$$

Durch eine Variation des Zeitparameters T ist eine Analyse der Ausfallwahrscheinlichkeit im Zeitablauf möglich.

Zur Veranschaulichung der intertemporalen Risikoanalyse wird der einfache Beispielfall aus Abschnitt 3 fortgeführt. In diesem Beispiel besteht das Anlageuniversum aus einem Aktienmarkt (erwartete Rendite 10% p.a., Volatilität 20% p.a.) und einem Rentenmarkt (erwartete Rendite 5% p.a., Volatilität 8% p.a.), deren Renditen mit einem Wert von 0,25 korreliert sind. Ein aus 20% Aktien und 80% Renten bestehendes Portfolio – welches z.B. im Rahmen der Anwendung des Sharpe-Tint-Modells ermittelt wurde – weist in diesem Fall eine erwartete Rendite in Höhe von 6% p.a. und eine

⁵⁹ Siehe dazu ausführlich Kleeberg / Schlenger (2000).

⁶⁰ Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird hier die gleiche Symbolik wie in Abschnitt 3 verwendet. Während jedoch bei dem Modell von Sharpe / Tint in Abschnitt 3 von diskreten Renditen ausgegangen wird, werden in diesem Abschnitt stetige Renditen zugrunde gelegt, um die problemlose periodenübergreifende Skalierung zu ermöglichen.

Volatilität in Höhe von 8,35% p.a. auf.⁶¹ Ferner wird von einem Anfangsvermögen in Höhe von 300 Mio. Euro ausgegangen.

In der Abbildung 4 ist die zeitliche Entwicklung des 95%-VaR ($\alpha = 0,95$) und der Ausfallwahrscheinlichkeit bezogen auf eine Zielrendite von 0% p.a. (d.h. nominale Kapitalerhaltung bzw. Vermeidung von Abschreibungen auf das Gesamtportfolio) dargestellt. Die Dimension der Ordinate ist dabei in Abhängigkeit von der jeweiligen Maßzahl zu interpretieren. Im Falle der Ausfallwahrscheinlichkeit handelt es sich also um eine Wahrscheinlichkeitsangabe, beim VaR ist die Größe als Betrag in Mio. Euro zu interpretieren.

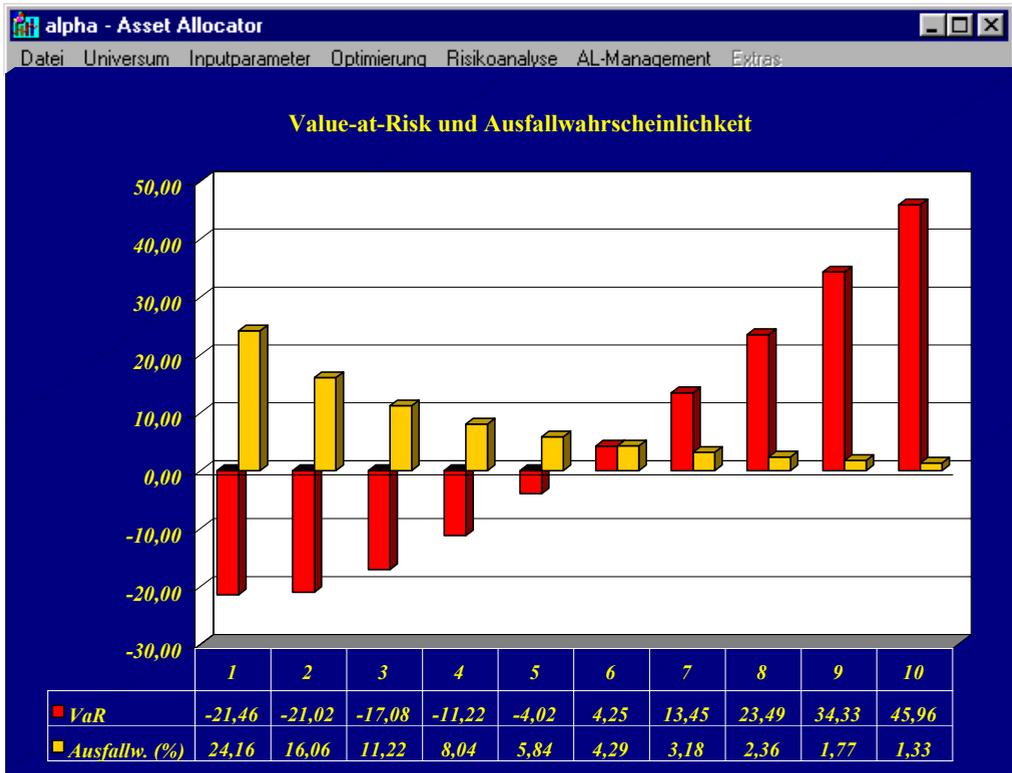


Abbildung 4: Intertemporale Analyse des Value-at-Risk und der Ausfallwahrscheinlichkeit

⁶¹ Es muss berücksichtigt werden, dass diesen Berechnungen diskrete Renditen zugrunde liegen. Da die weiteren Berechnungen auf stetigen Renditen basieren, ist eine Umrechnung der erwarteten Rendite und der Volatilität erforderlich. Vgl. hierzu Campbell / Lo / MacKinlay (1997), S. 16.

Wie die Abbildung 4 zeigt, liegt bei der gewählten Allokation (20% Aktien und 80% Renten) das Risiko für den Anleger primär im kurzfristigen Bereich. Mit zunehmendem Zeitablauf nimmt das Risiko einer Zielverfehlung sukzessive ab. So liegt beispielsweise die Wahrscheinlichkeit für eine negative Rendite nach ca. 5 bis 6 Jahren unter 5%. Der VaR wird bei diesem Zeithorizont positiv, sofern man die erwartete Rendite entsprechend Formel (13) in die Berechnung einbezieht.

Neben der zeitlichen Entwicklung des VaR und der Ausfallwahrscheinlichkeit stellt die Entwicklung des Vermögensendwertes eine weitere wichtige Zielgröße für die Asset Allocation dar. Im Falle von stetigen Renditen berechnet sich der erwartete Marktwert des Portfolios nach T Perioden gemäß folgender Formel:

$$(16) \quad A_T = A_0 \cdot \exp\left(T \cdot E\left(\tilde{R}_A\right)\right)$$

Unter der Annahme einer hinreichenden zeitlichen Stabilität der erwarteten Rendite $E\left(\tilde{R}_A\right)$ lässt sich die Entwicklung des Vermögensendwertes durch eine Variation des Parameters T im Zeitablauf analysieren. Sofern von einer Normalverteilung der stetigen Renditen ausgegangen wird, ist auch die Konstruktion eines Konfidenzintervalls für den Vermögensendwert möglich. Hierbei wird durch eine Unter- und Obergrenze ein Intervall definiert, in dem das Endvermögen mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit α liegen wird.

$$(17) \quad \text{Untergrenze:} \quad A_T^{\min,\alpha} = A_0 \cdot \exp\left(T \cdot E\left(\tilde{R}_A\right) + \tau_{\frac{1-\alpha}{2}} \cdot \sqrt{T} \cdot \text{Std}\left(\tilde{R}_A\right)\right)$$

$$(18) \quad \text{Obergrenze:} \quad A_T^{\max,\alpha} = A_0 \cdot \exp\left(T \cdot E\left(\tilde{R}_A\right) + \tau_{\frac{1+\alpha}{2}} \cdot \sqrt{T} \cdot \text{Std}\left(\tilde{R}_A\right)\right)$$

Die Berechnung der Intervallgrenzen unterscheidet sich nur hinsichtlich des Vorzeichens des Quantils τ . Bei der Konstruktion eines 90%-Konfidenzintervalls ($\alpha = 0,90$) würden sich Werte von $\tau_{0,05} = -1,65$ (Untergrenze) und $\tau_{0,95} = +1,65$ (Obergrenze) ergeben. Durch eine Variation des Parameters T lässt sich dann mit Hilfe der Formeln (17) bzw. (18) ein „intertemporales Konfidenzband“ für den Vermögensendwert bestimmen. In Abbildung 5 ist das intertemporale 90%-Konfidenzintervall für den vorangehenden Beispielfall (20% Aktien, 80% Renten) dargestellt.

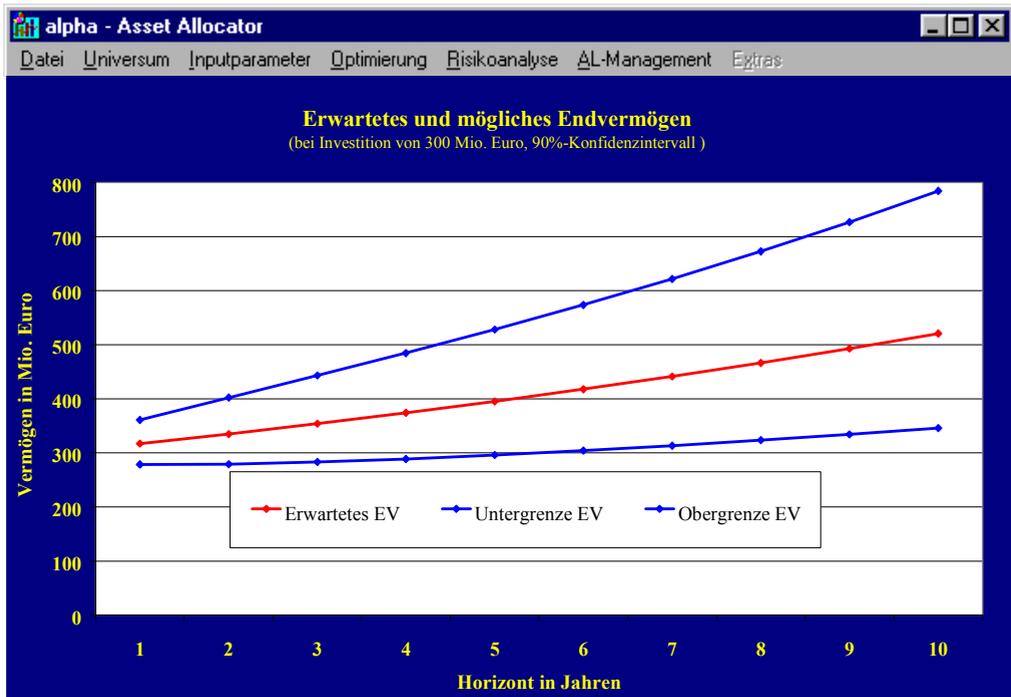


Abbildung 5: Intertemporale Analyse des Vermögensendwertes

Wie die Abbildung zeigt, vergrößert sich das Konfidenzintervall im Zeitablauf, worin sich eine zunehmende Unsicherheit hinsichtlich des konkreten Wertes des Endvermögens widerspiegelt.⁶² Während sich das Endvermögen des Investors (unter gegebenen Annahmen) nach fünf Jahren mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% zwischen 295,98 und 527,96 Mio. Euro befinden wird, wird es nach 10 Jahren zwischen 345,96 und 784,26 Mio. Euro liegen. Bei höherer Aktienquote würde der erwartete Portfolioendwert über die Zeitachse steigen, zugleich aber das Konfidenzband noch breiter werden.

Analytische Mehrperiodenanalyse mit Berücksichtigung von Liabilities

Falls dem Anlagevermögen (Aktivseite der Bilanz) gleichzeitig Verpflichtungen auf der Passivseite der Bilanz gegenüber stehen, kommt dem Begriff „Risiko“ eine neue inhaltliche Bedeutung zu. In diesem Fall besteht das Risiko darin, die zukünftigen Verpflichtungen mit Hilfe des zukünftigen Vermögens nicht mehr bedienen zu kön-

⁶² Die Asymmetrie des Konfidenzbandes ist auf die Berechnungsweise des Endvermögens zurückzuführen. Durch die exponentielle Verzinsung führt ein höherer Zinssatz zu einer überproportionalen Entwicklung des Endvermögens verglichen mit einem entsprechend niedrigeren Zinssatz.

nen. Das Ziel der reinen Vermögenserhaltung (Vermeidung von Abschreibungen) ist unter diesen Prämissen nicht mehr ausreichend, da die Verpflichtungen einer regulären Verzinsung unterliegen, die auf der Aktivseite auch (mindestens) erwirtschaftet werden muss. Vor diesem Hintergrund sollte die Planung der Strategischen Asset Allocation so erfolgen, dass der (unter gewissen Annahmen) über mehrere Perioden prognostizierte Vermögenswert zu jedem Zeitpunkt die projizierten Liabilities mit höchstmöglicher Konfidenz deckt. Im Idealfall kann zusätzlich die Möglichkeit eröffnet werden, den Surplus im Zeitablauf zu erhöhen, um einen „Puffer“ zu bilden und finanziellen Spielraum z.B. für Leistungsverbesserungen zu erhalten.

Die Ausgangsbasis für eine solche Analyse kann z.B. ein aktuarielles Gutachten darstellen. In einem solchen Gutachten finden sich neben den projizierten Liabilities (z.B. in Form der PBOs) in aller Regel auch Prognosen über zukünftige Cash Flows (z.B. projizierte Zu- bzw. Abflüsse bei einer Pensionskasse). Die Zu- und Abflüsse lassen sich für jede einzelne Periode t durch eine einfache Addition zu einem Netto-Cash Flow (CF_t) aggregieren.⁶³

$$(19) \quad CF_t = \text{Beiträge (t)} - \text{Leistungen (t)} - \text{Sonstige Aufwendungen (t)}$$

Ein positiver (negativer) Netto-Cash Flow wird dem Portfoliovermögen zum entsprechenden Zeitpunkt zugeführt (aus ihm entnommen) und wird damit selbst Gegenstand der weiteren (stetigen) Verzinsung. Dies wird auch aus Tabelle 4 deutlich, in der die Inputdaten zur mehrperiodigen Surplusrechnung für einen Horizont von 5 Perioden (z.B. Jahre) aufgeführt sind. Dabei wird unterstellt, dass die Netto-Cash Flows jeweils in einem Betrag am Ende der Periode anfallen und mit dem Portfoliovermögen verrechnet werden.

Ende der Periode	Erwarteter Portfoliowert am Ende der Periode T	PBO am Ende der Periode T	Surplus am Ende der Periode T ($k=1$)
T = 1	$A_1 = A_0 * \exp(E(R_A)) + CF_1$	PBO ₁	S ₁
T = 2	$A_2 = A_1 * \exp(E(R_A)) + CF_2$	PBO ₂	S ₂
T = 3	$A_3 = A_2 * \exp(E(R_A)) + CF_3$	PBO ₃	S ₃
T = 4	$A_4 = A_3 * \exp(E(R_A)) + CF_4$	PBO ₄	S ₄
T = 5	$A_5 = A_4 * \exp(E(R_A)) + CF_5$	PBO ₅	S ₅

Tabelle 4: Ermittlung des erwarteten Surplus in der Mehrperiodenanalyse⁶⁴

⁶³ Zuflüsse werden durch die Beiträge der Mitglieder der Versorgungseinrichtung gespeist, denen Zahlungen an die Leistungsempfänger sowie Aufwendungen für die Verwaltung gegenüberstehen.

⁶⁴ Mit $E(R_A)$ wird hier wiederum der Erwartungswert der *stetigen* Portfoliorendite bezeichnet.

Im Rahmen der mehrperiodigen ALM-Analyse wird geprüft, ob der prognostizierte Portfoliowert in jeder Periode zur Deckung der projizierten Liabilities (hier: PBOs) ausreicht. Wird die Differenz zwischen beiden Größen in einer Periode negativ, so liegt eine Unterdeckung vor. In diesem Fall ist zu fragen, ob die aus der Einperiodenanalyse resultierende Kapitalallokation tatsächlich optimal ist oder ob es nicht doch eine alternative Lösung gibt, die auf längere Sicht tragfähiger ist.

Das nachfolgende Zahlenbeispiel dient zur Veranschaulichung dieser Form der Mehrperiodenanalyse. Die Ergebnisse basieren auf den aktuariellen Projektionen für die Cash-Flows und PBOs einer Pensionskasse, welche im Ausgangszeitpunkt über ein Portfoliovermögen (Marktwert) von 300 Mio. Euro verfügt.

Ende d. Periode	Erwarteter Portfoliowert am Ende der Periode T	PBO am Ende der Periode T	Surplus am Ende der Periode T
T = 1	$309 = 300 * \exp(0,0552) - 8$	280	29,00
T = 2	$318,5 = 309 * \exp(0,0552) - 8$	295	23,50
T = 3	$327,6 = 318,5 * \exp(0,0552) - 9$	305	22,60
T = 4	$336,7 = 327,6 * \exp(0,0552) - 9,5$	325	11,70
T = 5	$346,8 = 336,7 * \exp(0,0552) - 9$	350	-3,20

Tabelle 5: Zahlenbeispiel zur Mehrperiodenanalyse (Angaben in Mio. Euro)⁶⁵

Zur Berechnung des projizierten Surplus werden den prognostizierten Portfoliowerten die geschätzten Liabilities (PBO-Werte) gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass die Deckung der Liabilities aufgrund des bestehenden „Polsters“ über die nächsten vier Jahre noch gewährleistet ist. Allerdings nimmt der Deckungsgrad sukzessive ab und mündet in einen negativen Surplus am Ende der fünften Periode. In einem solchen Fall empfiehlt es sich, die Asset Allocation nochmals kritisch zu hinterfragen und alternative Lösungsansätze zu prüfen.

⁶⁵ Der in Tabelle 5 ausgewiesene Erwartungswert der stetigen Rendite von 5,52% ergibt sich bei Verwendung der diskreten Portfolioparameter (erwartete Rendite in Höhe von 6% p.a., erwartete Volatilität von 8,35% p.a.). Zur Berechnung siehe Campbell / Lo / MacKinlay (1997), S. 16.

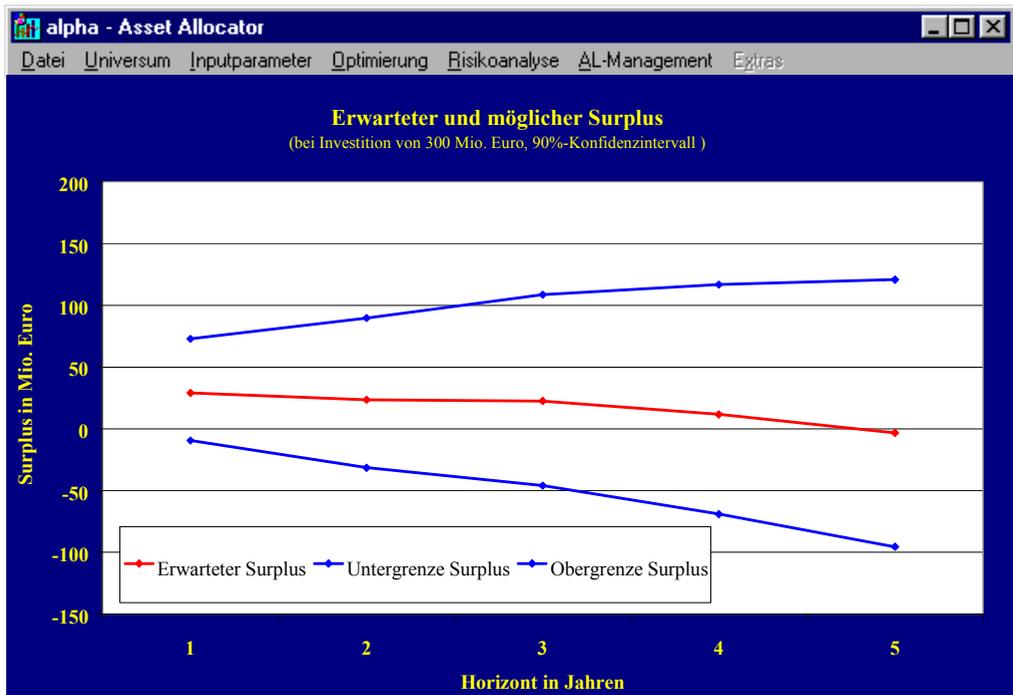


Abbildung 6: Intertemporale Analyse des Vermögenswertes

Analog zur Analyse des reinen Vermögenswertes lassen sich auch für den Surplus „intertemporale Konfidenzbänder“ angeben. Hierzu werden die projizierten Liabilities als exogen gegebene feste Größen angenommen und die Unsicherheit in den Vermögenserträgen modelliert.⁶⁶ Die Aggregation der Cash Flows und Vermögenswerte sowie die Ermittlung des Surplus geschieht prinzipiell in der gleichen Weise, wie sie vorangehend erläutert wurde. Die Abbildung 6 zeigt diese Form der Mehrperioden-Surplusanalyse für den Beispielfall mit einem Horizont von 5 Perioden.

Simulationsgestützte Mehrperiodenanalyse

Weitergehende und zugleich methodisch anspruchsvollere Analysemöglichkeiten ergeben sich durch den Einsatz von Simulationsmethoden, wie z.B. Monte-Carlo- oder Bootstrap-Verfahren.⁶⁷ So könnte beispielsweise auch der Diskontierungszins für die Liabilities und damit deren Marktwert als eine stochastische Größe mit einer bestimm-

⁶⁶ Man erhält damit Aussagen über die zukünftige Deckung der Liabilities für den Fall, dass sich die Verpflichtungen genau so entwickeln, wie sie vom Aktuar projiziert wurden.

⁶⁷ Zur Bedeutung und Anwendung der Monte-Carlo-Methode in der Praxis siehe Kritzman (1995), S. 139-146.

ten Wahrscheinlichkeitsverteilung modelliert werden. Im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation lässt sich daraus dann eine Verteilung der PBOs gewinnen, die wiederum zur Berechnung einer Verteilung für den Surplus herangezogen werden kann. Im Gegensatz zur Monte-Carlo-Methode kommt das Bootstrap-Verfahren ohne explizite Verteilungsannahme aus. Beim „Bootstrapping“ werden aus den empirischen Verteilungen der jeweiligen stochastischen Größen wiederholt Werte gezogen, die den Berechnungen zugrunde gelegt werden. Durch die wiederholte Anwendung ergibt sich auch hier eine Ergebnisverteilung. Mit Hilfe der Bootstrap-Methode ist es also möglich, die Analysen ohne die verbreitete Normalverteilungsannahme durchzuführen.

6. Schlussbetrachtung

Wir zeigen in diesem Beitrag, wie sich ein theoretisch fundiertes Modell zur sachgerechten Planung der Strategischen Asset Allocation unter realen Rahmenbedingungen einsetzen lässt und welche Vorteile damit verbunden sind. Ein Modell muss zahlreiche Kriterien erfüllen, um für die praktische Anwendung geeignet zu sein. Während diese Kriterien im Rahmen wissenschaftlicher Studien oft vernachlässigt werden, kommt ihnen bei der Erstellung praxistauglicher Asset Allocation-Studien aufgrund der unmittelbaren finanziellen Implikationen für den Anleger eine zentrale Bedeutung zu. Ein Modell, das diesen Anforderungen genügt und daher zur Unterstützung der Asset Allocation-Planung geeignet ist, ist das Asset Allocation-Modell von SHARPE / TINT.⁶⁸ Wesentliche Vorteile dieses Modells bestehen darin, dass die Optimierung der Asset Allocation unter Berücksichtigung von Liabilities im bekannten „Markowitz-Rahmen“ auf Basis von einperiodigen Prognosen erfolgen kann. Die Grenzen der einperiodigen Sichtweise lassen sich im Zuge einer mehrperiodigen Risikoanalyse in einem nachfolgenden Schritt aufheben.

Die eigentliche Leistung bei der Durchführung einer Asset Allocation-Analyse besteht darin, für die Problemstellung geeignete Modelle und Methoden zu identifizieren und im Rahmen eines „integrierten Problemlösungsprozesses“ anzuwenden. Die Erstellung einer werthaltigen Asset Allocation-Studie basiert in aller Regel auf einer stringenten sequenziellen Bewältigung der einzelnen überschaubaren Teilaufgaben (Vorabanalyse von Anlageuniversum/ Restriktionen/ Zielsystem – Bestimmung bzw. Schätzung der Inputparameter – Einperiodenoptimierung – Mehrperiodenanalyse/ Robustheitstests). In einem solchen modellgestützten „Problemlösungsprozess“ sollte jeder Schritt auf den Ergebnissen des jeweils vorangehenden Schrittes aufbauen, wobei den Kriterien

⁶⁸ Die Herausstellung des Sharpe-Tint-Ansatzes in diesem Beitrag bedeutet nicht, dass wir dieses Modell als das für die praktische Anwendung einzig mögliche oder „beste“ Modell halten. Es bietet allerdings einen guten Ausgangspunkt für alle Überlegungen zu Asset-Liability-Problemen im institutionellen Asset Management und kann als „Benchmark“ zur Beurteilung alternativer Asset Allocation-Modelle herangezogen werden.

Komplexitätsreduktion, Transparenz und Nachvollziehbarkeit aus praktischer Sicht große Bedeutung zukommt. Wichtig ist zudem, dass die Asset Allocation-Analysen nicht interessengeleitet sind in dem Sinne, dass die Ergebnisse im Hinblick auf eine mögliche spätere Mandatsstrukturierung ausgerichtet sind. Eine werthaltige Asset Allocation-Studie zeichnet sich dadurch aus, dass ein neutraler Gutachter jeden einzelnen Schritt im Problemlösungsprozess als „sachgerecht“ beurteilen würde und keine fundamentalen Gründe für eine alternative Vorgehensweise bei der Bewältigung der einzelnen Teilaufgaben anführen könnte. Nur wenn diese Voraussetzungen an die Qualität einer Asset Allocation-Studie erfüllt sind, werden institutionelle Anleger in Zukunft gegenüber den jeweiligen Aufsichtsinstanzen die notwendigen Maßnahmen zur Erfüllung ihrer treuhänderischen Pflichten dokumentieren können, zu denen insbesondere eine „perspektivische Anlagepolitik“ gehört.

Damit allein ist es jedoch noch nicht getan. Die Erstellung einer Asset Allocation-Studie ist zunächst „nur“ ein – wenn auch sehr wichtiger – planerischer Akt, der aber anschließend mit Leben erfüllt werden muss. Die Erfahrung der Praxis zeigt, dass viele institutionelle Anleger gerade in der Umsetzung der Strategischen Asset Allocation „handwerkliche“ Fehler begehen, die zu negativen Konsequenzen für das Portfolio führen können. Diese Fehler resultieren zumeist aus einem Verständnis vom Charakter dieser Entscheidungsebene. Mit der Strategischen Asset Allocation wird der *Rahmen* für die mittel- bis langfristige Anlagepolitik festgelegt. Dies bedeutet einerseits, dass sich der Anleger an dieser Richtlinie tatsächlich orientieren muss. Gefordert ist also eine Anlagedisziplin, bei der die Strategische Asset Allocation gegen die kurzfristigen Schwankungen der Märkte verteidigt und opportunistisches Handeln unterbunden wird. Dies wird dadurch ermöglicht, dass man in der Planungsphase gerade ein breites Spektrum möglicher Entwicklungen erfasst und auf diese Weise zu einer robusten, zukunftssicheren Entscheidung gelangt.

Auf der anderen Seite erfordert die Statik der Strategischen Asset Allocation notwendigerweise eine begleitende (flexible) Planung und aktive Kontrolle des Anlegers im Zeitablauf. Damit ist die Dynamische Asset Allocation angesprochen, die den Rahmen der Strategischen Asset Allocation in optimaler Weise ausfüllen und die kurz- bis mittelfristigen Chancen und Risiken erfassen soll.⁶⁹ Die Rahmenbedingungen der Anleger und die Märkte entwickeln sich heute zu dynamisch, um das Portfolio allein einer statischen Lösung zu überlassen. Schließlich muss auch die Strategische Asset Allocation selbst regelmäßig daraufhin überprüft werden, ob die Prämissen, unter denen sie abgeleitet wurde, im Wesentlichen noch gültig sind. Wenn der ursprüngliche Datenkranz nicht mehr haltbar ist, wird eine Aktualisierung der Planung erforderlich.

⁶⁹ Siehe dazu ausführlich den Beitrag von Dichtl / Petersmeier / Schlenger in diesem Handbuch.

Anhang: Herleitung des Modells von SHARPE / TINT**Schritt 1: Ableitung der Formel für die Surplusrendite Z**

Wir schreiben für den Surplus S im Zeitpunkt $t=0$ bzw. $t=1$:

$$S_0 = A_0 - k \cdot L_0 \quad \text{und} \quad \tilde{S}_1 = \tilde{A}_1 - k \cdot \tilde{L}_1$$

mit A = Marktwert der Assets (Portfoliowert)

L = Marktwert der Verpflichtungen

k = Surplus- bzw. Hedgeparameter ($0 \leq k \leq 1$)

Um in den analysefähigen Renditemodus zu gelangen, wird der unsichere Surplus im Zeitpunkt $t=1$ auf den Marktwert der Assets im Ausgangszeitpunkt bezogen:

$$\frac{\tilde{S}_1}{A_0} = \frac{\tilde{A}_1}{A_0} - k \cdot \frac{\tilde{L}_1}{A_0}$$

Durch Erweiterung des letzten Terms mit (L_0/L_0) und Umformung erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{S}_1}{A_0} &= \frac{\tilde{A}_1}{A_0} - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \frac{\tilde{L}_1}{L_0} \\ &= \left(1 + \tilde{R}_A\right) - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \left(1 + \tilde{R}_L\right) = \underbrace{\left[1 - k \cdot \frac{L_0}{A_0}\right]}_{\text{Konstante}} + \underbrace{\left[\tilde{R}_A - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \tilde{R}_L\right]}_{\equiv \tilde{Z}} \end{aligned}$$

mit \tilde{R}_A = Einperiodenrendite des Portfolios

\tilde{R}_L = Einperiodenrendite der Verpflichtungen

\tilde{Z} = Surplusrendite

Der erste Klammerterm ist eine zur Bestimmung der Asset Allocation nicht relevante Konstante. Daher ist ausschließlich der zweite Klammerterm zu betrachten, der die Surplusrendite Z bezeichnet.

Schritt 2: Ableitung der Zielfunktion des Anlegers

Ausgangspunkt ist die Nutzenfunktion des Anlegers, die den Trade-off zwischen dem Erwartungswert der Surplusrendite Z und deren Varianz beschreibt:

$$\begin{aligned}
 U &= E(\tilde{Z}) - \lambda \cdot \text{Var}(\tilde{Z}) \\
 &= E\left(\tilde{R}_A - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \tilde{R}_L\right) - \lambda \cdot \text{Var}\left(\tilde{R}_A - k \cdot \frac{L_0}{A_0} \cdot \tilde{R}_L\right) \\
 &= E(\tilde{R}_A) - k \frac{L_0}{A_0} E(\tilde{R}_L) - \lambda \left[\text{Var}(\tilde{R}_A) - 2k \frac{L_0}{A_0} \text{Cov}(\tilde{R}_A, \tilde{R}_L) + k^2 \frac{L_0^2}{A_0^2} \text{Var}(\tilde{R}_L) \right]
 \end{aligned}$$

Der Ausdruck lässt sich vereinfachen, indem die nicht entscheidungsrelevanten Terme eliminiert werden. Berücksichtigt man, dass der Erwartungswert und die Varianz der Liabilities gegeben und *nicht* Gegenstand der Asset Allocation-Entscheidung sind, ergibt sich für die Zielfunktion:

$$\begin{aligned}
 U &= E(\tilde{R}_A) - \lambda \cdot \left[\text{Var}(\tilde{R}_A) - 2k \frac{L_0}{A_0} \text{Cov}(\tilde{R}_A, \tilde{R}_L) \right] \\
 &= \underbrace{E(\tilde{R}_A) - \lambda \cdot \text{Var}(\tilde{R}_A)}_{\text{Markowitz-Ansatz}} + \underbrace{\lambda \cdot 2k \frac{L_0}{A_0} \text{Cov}(\tilde{R}_A, \tilde{R}_L)}_{\text{Liability-Hedging-Credit}} \rightarrow \text{Max!}
 \end{aligned}$$

Schritt 3: Liability Hedging Credits der einzelnen Assetklassen

Der Liability-Hedging-Credit (LHC) des Gesamtportfolios resultiert aus den Beiträgen der einzelnen im Portfolio enthaltenen Assets. Zur Ableitung der LHCs der einzelnen Assets i nutzen wir folgende Formel für die Rendite eines Portfolios A :

$$\tilde{R}_A = \sum_i x_i \tilde{R}_i$$

Einsetzen in den Ausdruck für den Liability-Hedging-Credit des Portfolios A ergibt:

$$\begin{aligned}
 LHC_A &= \lambda \cdot 2k \frac{L_0}{A_0} \text{Cov}\left(\sum_i x_i \tilde{R}_i, \tilde{R}_L\right) \\
 &= \sum_i x_i \cdot \left[\lambda \cdot 2k \frac{L_0}{A_0} \text{Cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_L) \right] = \sum_i x_i \cdot LHC_i
 \end{aligned}$$

Der Liability-Hedging-Credit des Portfolios A entspricht somit dem anteilsgewichteten Mittel der Liability-Hedging-Credits der einzelnen Assets. Substituiert man schließlich die Kovarianz durch die Korrelation und die Standardabweichungen der Assets und Verpflichtungen, lässt sich für den LHC des Assets i schreiben:

$$LHC_i = \lambda \cdot 2k \frac{L_0}{A_0} \text{Cov}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_L) = \lambda \cdot 2k \frac{L_0}{A_0} \text{Korr}(\tilde{R}_i, \tilde{R}_L) \cdot \text{Std}(\tilde{R}_i) \cdot \text{Std}(\tilde{R}_L)$$

Damit wird der spezifische LHC des Assets i durch die Risikoaversion des Anlegers, den Hedgeparameter k , den Fundingstatus im Zeitpunkt 0, durch die Korrelation des Assets mit den Verpflichtungen sowie die Volatilitäten des Assets und der Verpflichtungen bestimmt.

Literaturverzeichnis

Ammann, D. (Ammann, 1992): Asset and Liability Management für Pensionskassen, in: Finanzmarkt und Portfoliomanagement, 6. Jahrgang 1992, S. 193-203.

Arnott, R. D. / Bernstein, P. L. (Arnott / Bernstein, 1988): Defining and Managing Pension Fund Risk, in: Asset Allocation: A Handbook of Portfolio Policies, Strategies and Tactics, hrsg. von R. D. Arnott und F. J. Fabozzi, Chicago (Illinois) 1988, S. 17-39.

Black, F. / Litterman, R. (Black / Litterman, 1992): Global Portfolio Optimization, in: Financial Analysts Journal, Vol. 48, September-October 1992, S. 28-43.

Blanco, J. A. / Müller, H. / Teuscher, P. (Blanco / Müller / Teuscher, 1995): Ein „Asset Liability“-Ansatz für Pensionskassen, in: Finanzmarkt und Portfoliomanagement, 9. Jahrgang 1995, S. 352-360.

Bodie, Z. (Bodie, 1990): The ABO, the PBO and Pension Investment Policy, in: Financial Analysts Journal, September/October 1990, S. 27-34.

Brinson, G. P. (Brinson, 1998): Investment Management in the 21st century, in: The Future of Investment Management, hrsg. von AIMR, Charlottesville (Virginia) 1998, S. 1-5.

Brinson, G. P. / Hood, L. R. / Beebower, G. L. (Brinson / Hood / Beebower, 1986): Determinants of Portfolio Performance, in: Financial Analysts Journal, Vol. 42, July-August 1986, S. 39-44.

Brinson, G. P. / Singer, B. D. / Beebower, G. L. (Brinson / Singer / Beebower, 1991): Determinants of Portfolio Performance II: An Update, in: Financial Analysts Journal, Vol. 47, May-June 1991, S. 40-48.

Campbell, J. Y. / Lo, A. W. / MacKinlay, A. C. (Campbell / Lo / MacKinlay, 1997): The Econometrics of Financial Markets, Princeton (NJ) 1997.

Chopra, V. K. / Hensel, C. R. / Turner, A. L. (Chopra / Hensel / Turner, 1993): Massaging Mean-variance Inputs: Returns from Alternative Global Investment Strategies in the 1980s, in: Management Science, Vol. 39, No. 7, 1993, S. 845-855.

Chopra, V. K. / Ziemba, W. T. (Chopra / Ziemba, 1993): The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances On Optimal Portfolio Choice, in: Journal of Portfolio Management, Vol. 19, Winter, S. 6-11.

- Davis, E. P. / Steil, B. (Davis / Steil, 2001):** Institutional Investors, MIT Press, Cambridge (Massachusetts) 2001.
- Dert, C. L. (Dert, 1998):** A Dynamic Model for Asset Liability Management for Defined Benefit Pension Funds, in: Worldwide Asset and Liability Modeling, hrsg. von W. T. Ziemba und J. M. Mulvey, Cambridge 1998, S. 501-536.
- Dichtl, H. (Dichtl, 2001):** Ganzheitliche Gestaltung von Investmentprozessen. Integrierte Modellierung von Entscheidungsabläufen im Asset Management, Bad Soden/Ts. 2001.
- Dichtl, H. / Poddig, T. (Dichtl / Poddig, 2002):** Quantitative Prozessgestaltung: Nutzenpotenzial und typische Fehlerquellen, in: Handbuch Portfoliomanagement, hrsg. von J. M. Kleeberg und H. Rehkugler, Bad Soden am Taunus 2002, S. 741-768.
- Dörner, D. (Dörner, 1980):** On the Difficulties People have in Dealing with Complexity, in: Simulation & Games, Vol. 11, No. 1, 1980, S. 87-106.
- Dörner, D. / Reither, F. (Dörner / Reither, 1978):** Über das Problemlösen in sehr komplexen Realitätsbereichen, in: Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, Band XXV, Heft 4, 1978, S. 527-551.
- Eun, C. S. / Resnick, B. G. (Eun / Resnick, 1988):** Exchange Rate Uncertainty, Forward Contracts and International Portfolio Selection, in: Journal of Finance, Vol. XLIII, 1988, S. 197-215.
- Ezra, D. D. (Ezra, 1991):** Asset Allocation by Surplus Optimization, in: Financial Analysts Journal, January-February 1991, S. 51-57.
- Fong, H. G. (Fong, 1992):** Utilizing Concepts of Modern Portfolio Theory in an Asset/Liability Management Context, in: Managing Asset/Liability Portfolios, hrsg. von AIMR, Charlottesville (Virginia) 1992, S. 14-20.
- Gibson III, L. (Gibson, 1997):** Managing Firmwide Risk for Pension Funds, in: Pension Fund Investment Management, hrsg. von F. J. Fabozzi, New Hope (Pennsylvania) 1997, S. 235-260.
- Gray, J. (Gray, 2000):** Meta-Risks, in: Journal of Portfolio Management, Vol. 26, Spring 2000, S. 18-25.
- Gray, J. (Gray, 1997):** Overquantification, in: Financial Analysts Journal, Vol. 53, November-December 1997, S. 5-12.
- Grinold, R. C. / Meese, R. A. (Grinold / Meese, 2000):** Strategic Asset Allocation and International Investing, in: Journal of Portfolio Management, Fall 2000, S. 53-60.
- Hatch, B. / Resnick, B. G. (Hatch / Resnick, 1993):** A Review of Recent Developments in International Portfolio Selection, in: Open Economies Review, Vol. 4, 1993, S. 83-96.
- Hensel, C. R. / Turner, A. L. (Hensel / Turner, 1998):** Making Superior Asset Allocation Decisions: A Practitioner's Guide, in: Worldwide Asset and Liability Modeling, hrsg. von W.T. Ziemba und J.M. Mulvey, Cambridge 1998, S. 62-83.
- Ibbotson, R. G. / Kaplan, P. D. (Ibbotson / Kaplan, 2000):** Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90 or 100 Percent of Performance?, in: Financial Analysts Journal, January-February 2000, S. 26ff.
- Jorion, P. (Jorion, 1985):** International Portfolio Diversification with Estimation Risk, in: Journal of Business, Vol. 58, 1985, No. 3, S. 259-278.
- Jorion, P. (Jorion, 1992):** Portfolio Optimization in Practice, in: Financial Analysts Journal, Vol. 48, January-February 1992, S. 68-74.
- Kleeberg, J. M. (Kleeberg, 1995):** Der Anlageerfolg des Minimum-Varianz-Portfolios, 2. Auflage, Bad Soden/Ts. 1995.

Kleeberg, J. M. / Schlenger, C. (Kleeberg / Schlenger, 2000): Value-at-Risk im Asset Management, in: Handbuch Risikomanagement, Band 2, hrsg. von L. Johanning und B. Rudolph, Bad Soden am Taunus 2000, S. 973-1013.

Kritzman, M. (Kritzman, 1990): Asset Allocation for Institutional Portfolios, Homewood (Illinois) 1990.

Kritzman, M. (Kritzman, 1995): The Portable Financial Analyst: What Practitioners Need to Know, Chicago (Illinois) 1995.

Leibowitz, M. L. / Kogelman, S. / Bader, L. N. (Leibowitz / Kogelman / Bader, 1994): Funding Ratio Return, in: Journal of Portfolio Management, Fall 1994, S. 39-47.

Markowitz, H. M. (Markowitz, 1952): Portfolio Selection, in: Journal of Finance, Vol. VII, 1952, S. 77-91.

Markowitz, H. M. (Markowitz, 1998): Portfolio Selection, 2nd ed., Oxford 1998.

Michaud, R. O. (Michaud, 1989): The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?, in: Financial Analysts Journal, Vol. 45, January-February 1989, S. 31-42.

Michaud, R. O. (Michaud, 1998): Efficient Asset Management. A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation, Boston/Massachusetts, 1998.

Poddig, T. / Dichtl, H. / Petersmeier, K. (Poddig / Dichtl / Petersmeier, 2001): Statistik, Ökonometrie, Optimierung. Methoden und ihre praktischen Anwendungen in Finanzanalyse und Portfoliomanagement, 2. Auflage, Bad Soden/Ts. 2001.

Ryan, R. J. (Ryan, 1997): Pension Liabilities: The True Objective, in: Pension Fund Investment Management, hrsg. von F. J. Fabozzi, New Hope (Pennsylvania) 1997, S. 187-198.

Schlenger, C. (Schlenger, 1998): Aktives Management von Aktienportfolios. Information, Entscheidung und Erfolg auf der Basis von Aktionalphas, Bad Soden/Ts. 1998.

Schmidt-von Rhein, A. (Schmidt-von Rhein, 1996): Die Moderne Portfoliotheorie im praktischen Wertpapiermanagement, Bad Soden/Ts. 1996.

Sharpe, W. F. (Sharpe, 1987a): AAT Asset Allocation Tools, Second Edition, Redwood City (California) 1987.

Sharpe, W. F. (Sharpe, 1987b): The Risk Factor: Identifying and Adapting to the Risk Capacity of the Client, in: Asset Allocation for Institutional Portfolios, hrsg. von The Institute of Chartered Financial Analysts, 1987, S. 35-47.

Sharpe, W. F. (Sharpe, 1990): Asset Allocation, in: Managing Investment Portfolios. A Dynamic Process, hrsg. von J.L. Maginn und D.L. Tuttle, 2nd ed., Boston/New York 1990, S. 7/1-7/71.

Sharpe, W. F. / Tint, L. G. (Sharpe / Tint, 1990): Liabilities – A new approach, in: Journal of Portfolio Management, Winter 1990, S. 5-10.